

Exercices sur la géométrie repérée

> Déterminer et utiliser une équation cartésienne de droite

Exercice n°1

1. Déterminer une équation cartésienne de la droite (d) passant par $A(6; -2)$ et dont $\vec{u} \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}$ est un vecteur directeur.
2. Est-ce que $B(3; -3)$ appartient à (d) ?
3. On considère la droite $(d') : x - 2y + 2 = 0$. Les droites (d) et (d') sont-elles parallèles ?

Exercice n°2

1. Soit $A(4; -3)$ et $B(-1; 1)$. Déterminer une équation cartésienne de la droite (AB) .
2. Soit $C(2; 8)$. Déterminer l'équation cartésienne de la droite (d) passant par C et qui est parallèle à (AB) .
3. Déterminer les coordonnées de I , milieu de $[AC]$ et de J , milieu de $[AB]$.
4. Déterminer la longueur de $[IJ]$.

Exercice n°3

1. Dans chacun des cas suivants, déterminer deux vecteurs normaux à la droite (d) :

| | |
|----------------------------------|------------------------------|
| a. $(d) : x - 2y + 4 = 0$ | b. $(d) : y = 2x - 1$ |
|----------------------------------|------------------------------|
2. Dans chacun des cas suivants, déterminer une équation cartésienne de la droite (d) passant par A et dont \vec{n} est un vecteur normal :

| | |
|------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------|
| a. $A(2; 3)$ et $\vec{n} \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}$ | b. $A(-1; 4)$ et $\vec{n} \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix}$ |
|------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------|

Exercice n°4

Soient $A(8; -4)$, $B(-4; 0)$ et $C(2; 6)$.

1. Vérifier que la droite $(d_1) : x + y - 4 = 0$ est la hauteur de ABC issue de A .
2. Déterminer une équation cartésienne de (d_2) , hauteur de ABC issue de B .
3. En déduire les coordonnées de l'orthocentre de ABC .

Exercice n°5

On considère les points $A(1; 3)$, $B(-5; 0)$ et $C(5; -1)$. Répondre par vrai ou faux aux affirmations suivantes.

1. La hauteur de ABC issue de A admet pour équation cartésienne $-10x + y + 7 = 0$.
2. La hauteur de ABC issue de B est dirigée par le vecteur $\vec{u} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$.
3. La médiatrice de $[AC]$ admet pour équation cartésienne $x + y - 2 = 0$.

> Déterminer les coordonnées du projeté orthogonal d'un point sur une droite

Exercice n°6 Soit (d) : $3x + y - 4 = 0$ et $A(2 ; -3)$.

1. Donner un vecteur normal à (d) .
2. En déduire une équation cartésienne de la perpendiculaire à (d) passant par A.
3. En déduire les coordonnées de H, projeté orthogonal de A sur (d) .

Exercice n°7 Soit (d) : $3x + 2y + 1 = 0$ et $A(7 ; 2)$.

1. On note H le projeté orthogonal de A sur (d) . Déterminer les coordonnées de H.
2. Déterminer la longueur de $[AH]$ (que l'on appelle distance de A à (d)).

Exercice n°8 Soit (d) : $x - 3y - 4 = 0$ et $A(3 ; 1)$.

1. Déterminer les coordonnées de B, sachant que son abscisse vaut 7 et qu'il appartient à (d) .
2. Donner un vecteur normal à (d) .
3. Déterminer une équation de (Δ) , perpendiculaire à (d) passant par A.
4. Déterminer les coordonnées de H, projeté orthogonal de A sur (d) .
5. Calculer la distance AH. A quoi cela correspond-il ?

> Equation de cercle

Exercice n°9

1. Déterminer l'équation cartésienne du cercle \mathcal{C} de centre $(1 ; 2)$ et de rayon 2 cm.
2. Déterminer l'équation cartésienne du cercle \mathcal{C} de centre $(-3 ; 4)$ et de rayon 5 cm.
3. Déterminer l'équation cartésienne du cercle \mathcal{C} de centre $(-2 ; -1)$ et de diamètre 9 cm.

Exercice n°10

1. Déterminer l'équation cartésienne du cercle \mathcal{C} de centre $K(3 ; -1)$ et de rayon 5.
2. Dire si les points suivants appartiennent à \mathcal{C} :

$$M(-1 ; 2)$$

$$N\left(\frac{8}{5} ; -\frac{29}{5}\right)$$

$$P\left(\frac{9}{5} ; \frac{2}{5}\right)$$

Exercice n°11 On considère l'ensemble (E) : $x^2 + y^2 - 4x - 3y - 31 = 0$.

1. Les points $A(-3 ; 5)$ et $B\left(\frac{11}{2} ; \frac{13}{2}\right)$ appartiennent-ils à l'ensemble (E) ?
2. Quelle est la nature de l'ensemble (E) ?

Exercice n°12

Dire si les équations suivantes sont celles d'un cercle. Si oui, on précisera le centre de celui-ci et son rayon.

a. $x^2 + y^2 + 6x - 4y + 9 = 0$ b. $x^2 + y^2 - 2x + 6y + 10 = 0$ c. $x^2 + y^2 + 4x - 4y + 9 = 0$

Exercice n°13

1. Déterminer une équation cartésienne du cercle de centre A(3 ; 2) et tangent à l'axe des abscisses.
2. Déterminer une équation cartésienne du cercle de centre B(-3 ; 4) et tangent à l'axe des ordonnées.

Exercice n°14 On considère le cercle \mathcal{C} d'équation $x^2 + y^2 + 4x + 4y - 17 = 0$.

Déterminer les éventuels points d'intersection du cercle \mathcal{C} et de la droite $(d) : x - 2y + 3 = 0$.

Exercice n°15 Soient A(4 ; 0) et B(2 ; -2).

1. Déterminer une équation cartésienne du cercle \mathcal{C} de diamètre [AB].
2. Déterminer les éventuels points d'intersection du cercle \mathcal{C} et de la droite $(d) : 4x - 3y + 2 = 0$.
3. Déterminer une équation de la parallèle à (d) passant par A.

Exercice n°16 On considère trois points A(-2 ; 3), B(-1 ; 0) et C(4 ; 0). On note Γ le cercle circonscrit au triangle ABC et (d) la droite d'équation cartésienne $x + y - 9 = 0$. On souhaite montrer que la droite (d) est tangente à Γ .

1. Déterminer l'équation cartésienne de deux médiatrices de ABC.
2. Déterminer les coordonnées du centre du cercle circonscrit à ABC.
3. Déterminer une équation cartésienne de Γ .
4. Donner les coordonnées des éventuels points d'intersection entre Γ et (d) .
5. Conclure.