

Symétrie centrale

1 Qu'est ce que la symétrie centrale ?

Définition

On dit que deux figures sont **symétriques par rapport à un point** lorsque, en effectuant un demi-tour autour de ce point, les deux figures se superposent.

Ce point est appelé le **centre de symétrie**.

Exemple

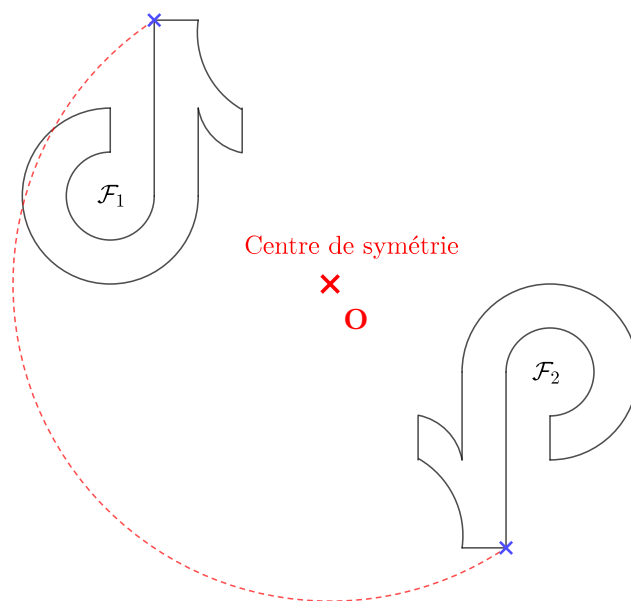
Voici deux figures : $\mathcal{F}_1$ et $\mathcal{F}_2$.

Ces deux figures sont symétriques par rapport au point O, qui est le centre de symétrie.

Si on fait effectuer un demi-tour à la figure $\mathcal{F}_2$ autour du point O, elle vient se superposer sur $\mathcal{F}_1$ (ou inversement).

On dit alors que $\mathcal{F}_2$ est le symétrique de $\mathcal{F}_1$ par rapport à O.

On dit aussi que $\mathcal{F}_2$ est l'image de $\mathcal{F}_1$ par la symétrie centrale de centre O.

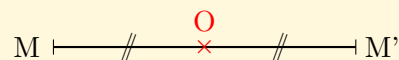


Définitions

Prenons deux points M et O.

Le **symétrique** du point M **par rapport** au point O est le point noté M' (que l'on prononce « M prime ») tel que O est le milieu du segment $[MM']$.

On a alors $OM = OM'$.

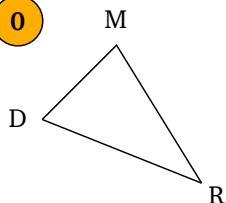


2 Comment tracer le symétrique d'une figure par rapport à un point ?

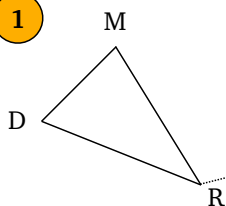
Méthode

On souhaite tracer le symétrique du triangle MDR par rapport au point O. Pour se faire, on va tracer le symétrique du point M, puis du point D, puis de point R par rapport au point O. On reliera ensuite tous les points pour former le symétrique de MDR par rapport au point O.

0

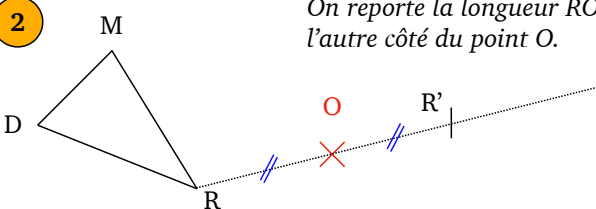
O
X

1



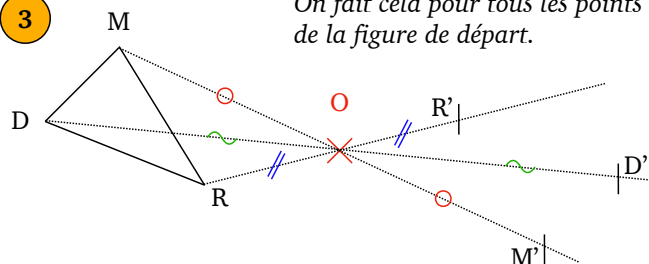
On trace la demi-droite
d'origine R et qui passe par O.

2



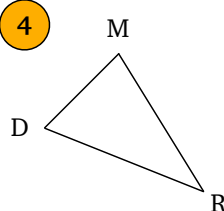
On reporte la longueur RO de
l'autre côté du point O.

3

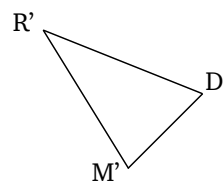


On fait cela pour tous les points
de la figure de départ.

4



On relit les points. On obtient la
nouvelle figure.



3 Propriété de la symétrie centrale

Propriétés

Deux figures symétriques par rapport à un point sont superposables. Ainsi, la symétrie centrale conserve :

- l'alignement (si trois points sont alignés sur la figure initiale, ils le seront également sur la figure finale).
- le parallélisme (si deux droites sont parallèles sur la figure initiale, elles le seront sur la figure finale).
- les longueurs (les longueurs de la figure finale sont les mêmes que celles de la figure initiale).
- les angles (les angles de la figure finale sont les mêmes que les angles de la figure initiale).

Exemple

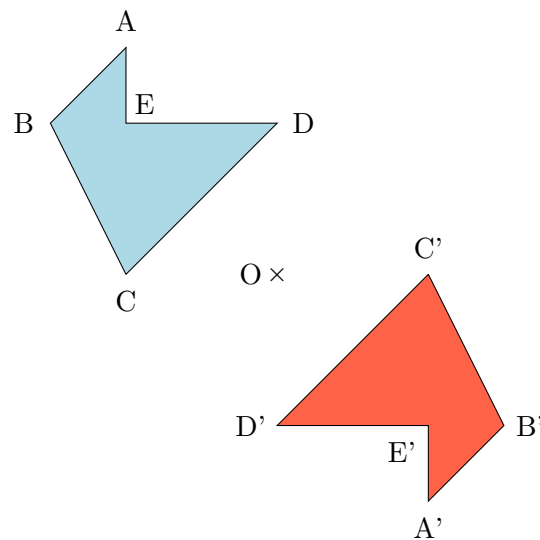
Les figures $\mathcal{F}_1$ et $\mathcal{F}_2$ sont symétriques par rapport au point O. On sait que $\widehat{AED} = 90^\circ$, que (AB) et (CD) sont parallèles et que la longueur de $[CD]$ est de 2,8 cm.

Quelle est la valeur de $\widehat{A'E'D'}$?

$\widehat{A'E'D'}$ est le symétrique de $\widehat{AED}$ par rapport à O et $\widehat{AED} = 90^\circ$.

Or la symétrie centrale conserve les angles.

Donc $\widehat{A'E'D'} = \widehat{AED} = 90^\circ$.



Que peut-on dire des droites $(A'B')$ et $(C'D')$?

$(A'B')$ et $(C'D')$ sont les symétriques de (AB) et (CD) par rapport au point O et (AB) et (CD) sont parallèles.

Or la symétrie centrale conserve le parallélisme.

Donc les droites $(A'B')$ et $(C'D')$ sont parallèles.

Quelle est la longueur du segment $[C'D']$?

$[C'D']$ est le symétrique de $[CD]$ par rapport au point O et $CD = 2,8$ cm.

Or la symétrie centrale conserve les longueurs.

Donc $C'D' = 2,8$ cm également.