

Fractions - Partie 2

1 Fraction en tant que nombre

Définition : quotient

On considère deux nombres que l'on note a et b avec b différent de 0.

Le **quotient** de a par b est le nombre qui, multiplié par b est égal à a .

On le note $a : b$ ou encore $\frac{a}{b}$.

Exemple

$\frac{4,8}{5}$ est le quotient de 4,8 par 5.

C'est le nombre qui, multiplié par 5 est égal à 4,8. On a $\frac{4,8}{5} \times 5 = 4,8$.

Définitions

Si a et b sont des nombres entiers avec b différent de 0 on dit que le nombre $\frac{a}{b}$ est une **fraction**.

Le dividende a est appelé **numérateur** et le diviseur b est le **dénominateur**.

Exemples

- Le nombre $\frac{4,8}{5}$ n'est pas une fraction.
- Le nombre $\frac{12}{8}$ est une fraction.

2 Fractions égales

Propriété

Un quotient ne change pas si l'on multiplie ou si on divise son numérateur ET son dénominateur par un même nombre différent de 0.

Exemples

- Les fractions $\frac{5}{10}$ et $\frac{1}{2}$ sont égales. En effet, $\frac{1}{2} = \frac{1 \times 5}{2 \times 5} = \frac{5}{10}$.

On a multiplié à la fois le numérateur et le dénominateur par 5 : la valeur du quotient ne change pas.

On vérifie : $\frac{1}{2} = 0,5$ et $\frac{5}{10} = 0,5$.

- De même, $\frac{30}{100} = \frac{3}{10}$. En effet, $\frac{30}{100} = \frac{30 \div 10}{100 \div 10} = \frac{3}{10}$.

3 Encadrer une fraction entre deux entiers consécutifs**Méthode**

On souhaite encadrer $\frac{102}{11}$ entre deux entiers consécutifs.

On effectue la division euclidienne de 102 par 11.

$$\begin{array}{r|l} 102 & 11 \\ -99 & 9 \\ \hline 3 & \end{array}$$

On trouve un quotient égal à 9. Ainsi, $9 < \frac{102}{11} < 10$.

Méthode : fraction sous forme d'un entier et d'une fraction inférieure à 1

D'après ce que l'on a vu précédemment,

$$\begin{array}{r|l} 102 & 11 \\ -99 & 9 \\ \hline 3 & \end{array}$$

Le quotient vaut 9 et il reste 3. Ainsi, on peut écrire $\frac{102}{11} = 9 + \frac{3}{11}$.

4 Comparer des fractions**Propriété**

Si deux fractions ont le même dénominateur, la plus grande des deux est celle qui a le plus grand numérateur.

Exemples

- On souhaite comparer les fractions $\frac{2}{5}$ et $\frac{4}{5}$.

Elles ont le même dénominateur : 5. Or $2 < 3$ donc $\frac{2}{5} < \frac{4}{5}$.

- On souhaite comparer les fractions $\frac{32}{10}$ et $\frac{23}{10}$.

Elles ont le même dénominateur : 10. Or $32 > 23$ donc $\frac{32}{10} > \frac{23}{10}$.

5 Additionner des fractions**Méthode**

Pour additionner deux fractions qui ont le même dénominateur :

- (1) On garde le dénominateur commun.
- (2) On additionne les numérateurs entre eux.

Exemple

$$\frac{8}{5} + \frac{19}{5} = \frac{8+19}{5} = \frac{27}{5}$$

6 Fraction d'une quantité**Propriété**

Prendre une fraction d'une quantité revient à multiplier cette quantité par la fraction.

Méthode n°1

Le réservoir de gasoil de la voiture de Jean-Kevin peut en contenir 20 litres. Il reste les trois quarts du réservoir.

Quelle est la quantité de gasoil dont il dispose ? Pour cette méthode, on utilise le fait que $\frac{3}{4} = 0,75$.

$$20 \times \frac{3}{4} = 20 \times 0,75 = 15.$$

Méthode n°2

Le réservoir de gasoil de la voiture de Jean-Kevin peut en contenir 20 litres. Il reste les trois quarts du réservoir. Quelle est la quantité de gasoil dont il dispose ?

Pour cette méthode, on va d'abord diviser par 4 (le dénominateur de la fraction) puis multiplier par 3 (le numérateur de la fraction).

$$20 \times \frac{3}{4} = (20 \div 4) \times 3 = 5 \times 3 = 15.$$

Méthode n°3

Le réservoir de gasoil de la voiture de Jean-Kevin peut en contenir 20 litres. Il reste les trois quarts du réservoir. Quelle est la quantité de gasoil dont il dispose ?

Pour cette méthode, on va d'abord multiplier par 3 (le numérateur de la fraction) puis diviser par 4 (le dénominateur de la fraction).

$$20 \times \frac{3}{4} = (20 \times 3) \div 4 = 60 \div 4 = 15.$$