

Expression littérale (3)

1 Démontrer ou invalider une conjecture

Définition

On dit que deux expressions littérales sont **égales** quand elles donnent le même résultat, peu importe la valeur numérique de la variable de l'expression.

Exemple

Les expressions $4x \times 2$ et $2x + 6x$ sont égales. En effet, si on simplifie les deux expressions, on trouve $8x$ dans chaque cas.

Définition

Pour montrer qu'une conjecture est fausse, on utilise un **contre-exemple**. Il s'agit d'un exemple pour lequel la conjecture n'est pas vérifiée.

Exemple

On se demande si $2 + 3x$ est égal à $5x$?

Cette conjecture est fausse. Pour le prouver, on va utiliser un contre-exemple en prenant une valeur numérique pour remplacer la variable x .

Essayons pour $x = 10$.

Quand $x = 10$, $2 + 3x = 2 + 3 \times 10 = 2 + 30 = 32$.

Quand $x = 10$, $5x = 5 \times 10 = 50$.

Ainsi, $2 + 3x$ n'est pas égal à $5x$.

2 Initiation aux équations

Définition

Une **équation** est une égalité entre deux expressions littérales.

Dans ce cas, la lettre utilisée dans les expressions littérales est appelée une **inconnue**.

Résoudre une équation c'est trouver toutes les valeurs de l'inconnue pour lesquelles l'égalité est vraie. Dans ce cas, les nombres trouvés sont appelés des **solutions**.

Remarque

Certaines équations n'ont pas de solution, d'autres une seule, certaines en ont deux, voire trois. D'autres en ont même une infinité.

Exemple

On considère l'équation $x + 7 = 15$. C'est une équation d'inconnue x .

Cela ne veut pas dire que $x + 7$ est égal à 15. Cela veut dire qu'on cherche la valeur de x pour laquelle $x + 7$ est égal à 15.

Si on remplace x par 9, on obtient $9 + 7 = 16$ ce qui n'est pas égal à 15. Donc $x = 9$ n'est pas une solution de cette équation.

Si on remplace x par 8, on obtient $8 + 7 = 15$. Donc $x = 8$ est une solution de cette équation.

Propriété

Les solutions d'une équation ne changent pas si :

- On ajoute ou on soustrait un même nombre à chaque membre de l'égalité ;
- On multiplie ou on divise un même nombre différent de 0 à chaque membre de l'égalité.

Remarque

C'est grâce à la précédente propriété que l'on peut résoudre une équation sans avoir à tester avec des valeurs numériques.

Exemple

- On souhaite résoudre l'équation $3t = 18$.

Le but est d'isoler l'inconnue t . Nous allons donc « supprimer » le 3 du membre de gauche. Pour cela, on va diviser par 3 de chaque côté de l'égalité.

$$3t = 18$$

$$3t \div 3 = 18 \div 3$$

$$t = 6$$

La solution de l'équation est donc $t = 6$. On peut vérifier en remplaçant t par 6 dans l'égalité.

- On souhaite résoudre l'équation $8 + a = 23$.

Le but est d'isoler l'inconnue a . Nous allons donc « supprimer » le 8 du membre de gauche. Pour cela, on va soustraire par 8 de chaque côté de l'égalité.

$$8 + a = 23$$

$$8 - 8 = 23 - 8$$

$$a = 15$$

La solution de l'équation est donc $a = 15$. On peut vérifier en remplaçant a par 15 dans l'égalité.