



Valeur approchée d'une solution par balayage

> Calculer une valeur approchée d'une solution d'une équation par balayage

Principe de la méthode par balayage

Soit f une fonction définie sur un intervalle I de \mathbb{R} . On souhaite résoudre l'équation $f(x) = 0$ sur un intervalle $[a ; b]$ inclus dans I .

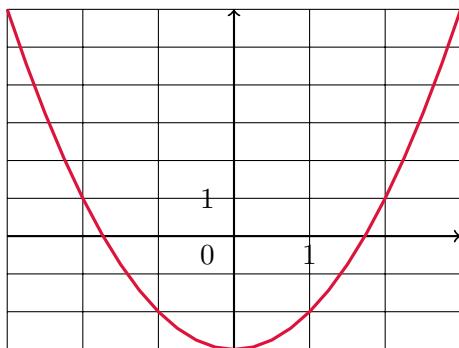
On vérifie tout d'abord que f est monotone sur $[a ; b]$ et qu'au moins une solution de cette équation existe sur cet intervalle. En général, quand on réalise ce type de recherche de solution, c'est qu'on ne connaît pas la valeur exacte de cette solution. On souhaite donc s'en approcher le plus possible. On se fixe ainsi une précision, que l'on va noter e .

Voici la procédure :

1. On partage $[a ; b]$ en deux intervalles : $[a ; m]$ et $[m ; b]$ où $m = \frac{a + b}{2}$.
2. On doit ensuite trouver où se trouve la solution parmi ces deux intervalles.
Si $f(a) \times f(m) \leq 0$ cela veut dire que $f(a)$ et $f(m)$ sont de signe contraire. Donc la solution est bien dans $[a ; m]$.
Sinon, la solution est dans l'intervalle $[m ; b]$.
3. Tant que $b - a > e$, on recommence l'étape 1. On remplace alors $[a ; b]$ par le précédent intervalle qui contient la solution.

Un premier exemple

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = x^2 - 3$. On souhaite résoudre l'équation $f(x) = 0$ autrement dit $x^2 - 3 = 0$. Les solutions exactes, ici, on les connaît : $\sqrt{-3}$ et $\sqrt{3}$. On va essayer de trouver une approximation de $\sqrt{3}$. Voici la courbe représentative de la fonction $f : x \mapsto x^2 - 3$ sur $[-3 ; 3]$.



1. Donner un intervalle $[a ; b]$ avec a et b des entiers consécutifs où semble de situer la solution positive de l'équation $f(x) = 0$.
.....
2. On souhaite une approximation de cette solution à 10^{-3} près. Quel nombre, sous forme décimale, va-t-on donner comme valeur de e ?

3. On va maintenant écrire le programme Python qui va réaliser le balayage. Il nous faut un sous-programme pour définir notre fonction f et un programme qui fera appel à cette fonction pour réaliser le balayage.
Voici le début du sous-programme :

```
1 from math import*
2 def f(x):
3     return(...)
```

Que doit-on écrire entre les parenthèses de la ligne 3 ?

.....

4. Voici le début du programme principal :

```
1 def balayage(a,b,e):
2     while b-a>= ... :
3         m=(a+b)/2
4         if f(a)*f(m) ... :
5             b=m
6         else :
7             ...
8     return (a+b)/2
```

Compléter les lignes 2 ; 4 et 7 de ce programme principal :

Ligne 2 :

Ligne 4 :

Ligne 7 :

5. Donner une valeur approchée de $\sqrt{3}$ à 10^{-3} près grâce à ce programme.
-

Pour aller plus loin

En s'inspirant de l'exemple précédent, trouver une approximation à 10^{-4} près de $\sqrt[3]{5}$. Expliquer la démarche.

.....

.....

.....

.....

.....

.....