

Nombres rationnels

1 Comparer des fractions

Définition

Un nombre **rationnel** est un nombre qui peut s'écrire sous la forme d'une fraction.

Exemple

- $\frac{11}{4}$ et $-\frac{1}{3}$ sont des nombres rationnels.
- 42 aussi car on peut écrire $\frac{42}{1}$.
- 9,2 est aussi un nombre rationnel car on peut écrire $\frac{92}{10}$.
- π n'est pas un nombre rationnel. On appelle cela un nombre irrationnel.

Définition

Comparer des fractions c'est déterminer celle qui est supérieure à l'autre ou si elles sont égales.

Exemple

On souhaite comparer les fractions $\frac{2}{7}$ et $\frac{5}{7}$. Puisqu'elles ont le même dénominateur, la plus grande est celle qui a le plus grand numérateur.

On note donc

$$\frac{2}{7} < \frac{5}{7} \quad \text{ou bien} \quad \frac{5}{7} > \frac{2}{7}.$$

Propriété

- Si le numérateur d'une fraction est supérieur à son dénominateur alors la fraction est supérieure à 1.
- Si le numérateur d'une fraction est inférieur à son dénominateur alors la fraction est inférieure à 1.
- Si le numérateur et le dénominateur d'une fraction sont égaux alors la fraction est égale à 1.

Remarque

Pour comparer deux fractions, elles doivent avoir le même dénominateur.

Si deux fractions n'ont pas le même dénominateur, on les réduit au même dénominateur. Cela signifie multiplier ou diviser le numérateur ET le dénominateur d'une des fractions (ou les deux) par un même nombre pour obtenir deux fractions ayant le même dénominateur.

Méthode n°1

On souhaite comparer les nombres $\frac{9}{15}$ et $\frac{4}{5}$.

Les deux fractions n'ont pas le même dénominateur. Mais on remarque que 15 est un multiple de 5.

Il ne suffit donc de « modifier » que la fraction $\frac{4}{5}$.

$$\frac{4}{5} = \frac{4 \times 3}{5 \times 3} = \frac{12}{15}. \text{ Puisque } \frac{12}{15} > \frac{9}{15} \text{ alors } \frac{4}{5} > \frac{9}{15}.$$

Méthode n°2

On souhaite comparer les fractions $\frac{5}{7}$ et $\frac{6}{11}$.

Les deux fractions n'ont pas le même dénominateur. De plus, 11 n'est pas un multiple de 7. Il faut donc « modifier » les deux fractions en multipliant le numérateur et le dénominateur de l'une par le dénominateur de l'autre.

$$\frac{5}{7} = \frac{5 \times 11}{7 \times 11} = \frac{55}{77} \quad \text{et} \quad \frac{6}{11} = \frac{6 \times 7}{11 \times 7} = \frac{42}{77} \quad \text{Puisque } \frac{55}{77} > \frac{42}{77} \text{ alors } \frac{5}{7} > \frac{6}{11}.$$

2 Additionner et soustraire des fractions**Propriété**

Quand deux fractions ont le même dénominateur, on garde ce même dénominateur et on additionne (ou on soustrait) les numérateurs.

Exemples

$$\begin{aligned} & \bullet \quad \frac{2}{5} + \frac{4}{5} \\ &= \frac{2+4}{5} \\ &= \frac{6}{5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \bullet \quad \frac{11}{3} - \frac{7}{3} \\ &= \frac{11-7}{3} \\ &= \frac{4}{3} \end{aligned}$$

Remarque

Parfois, les deux fractions à additionner ou soustraire n'ont pas le même dénominateur. Il faut donc les réduire au même dénominateur.

Cela signifie trouver un dénominateur commun. Pour cela, on multiplie par **un même nombre différent de zéro** le numérateur et le dénominateur d'une des fractions, voire les deux fractions.

Exemples

On souhaite effectuer le calcul $\frac{2}{3} + \frac{5}{12}$. On ne peut pas faire le calcul immédiatement car les dénominateurs sont différents. Mais 12 étant un multiple de 3, on peut écrire $\frac{2}{3} = \frac{2 \times 4}{3 \times 4} = \frac{8}{12}$.

Ainsi, le calcul devient $\frac{2}{3} + \frac{5}{12} = \frac{8}{12} + \frac{5}{12} = \frac{13}{12}$.

On souhaite effectuer le calcul $\frac{7}{2} - \frac{3}{5}$. Ici, aucun dénominateur n'est multiple de l'autre. On doit donc transformer les deux fractions.

$$\begin{aligned}\frac{7}{2} - \frac{3}{5} &= \frac{7 \times 5}{2 \times 5} - \frac{3 \times 2}{5 \times 2} \\ &= \frac{35}{10} - \frac{6}{10} \\ &= \frac{35 - 6}{10} \\ &= \frac{29}{10}\end{aligned}$$