Polynômes de degré 2

> Représentations graphiques

Exercice n°1 Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -2x^2 - 3x + 1$.

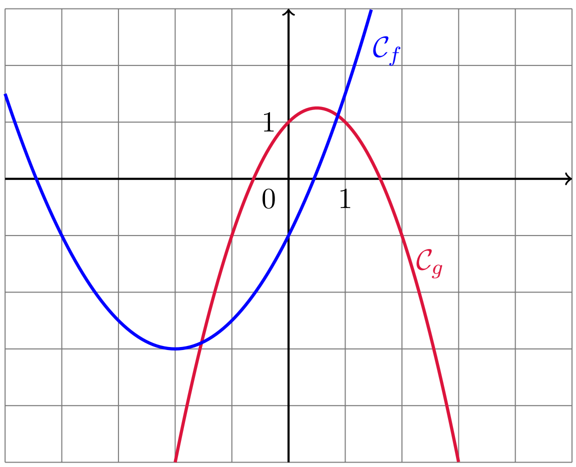
1. Déterminer les coordonnées du sommet de la parabole représentative de la fonction f.
2. La parabole sera-t-elle orientée vers le haut ou vers le bas ?
3. Donner le tableau de variations de la fonction f sur son ensemble de définition.

Exercice n°2 Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f : x \mapsto x^2 + 4x - 1$.

1. Déterminer les coordonnées du sommet de la parabole représentative de la fonction f.
2. La parabole sera-t-elle orientée vers le haut ou vers le bas ?
3. Donner le tableau de variations de la fonction f sur son ensemble de définition.

Exercice n°3

1. On donne ci-contre la représentation graphique d'une fonction f. Construire son tableau de variations sur l'intervalle $\left[-5\,;\,\frac{3}{2}\right]$.
2. On donne ci-contre la représentation graphique d'une fonction g. Construire son tableau de variations sur l'intervalle $[-2\,;\,3]$.
3. Donner l'équation de l'axe de symétrie de la courbe représentative de la fonction f.
4. Donner l'équation de l'axe de symétrie de la courbe représentative de la fonction g.

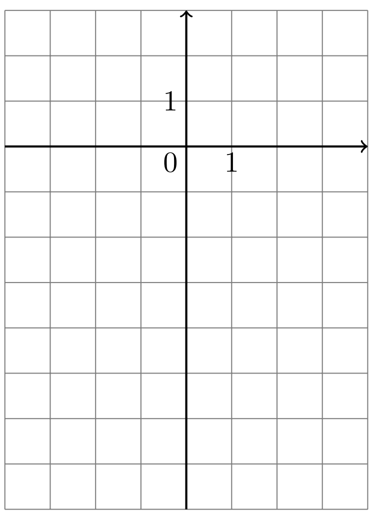


Exercice n°4

Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g : x \mapsto 2x^2 - 8$.

Soit $\mathcal{C}_g$ sa courbe représentative.

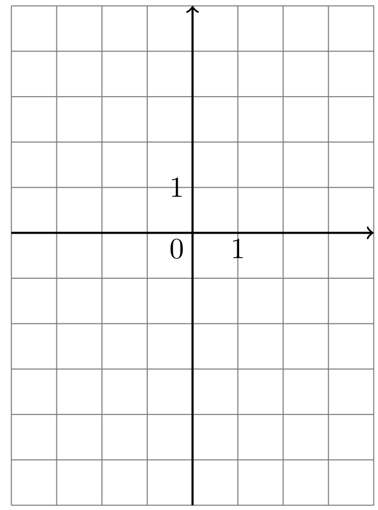
1. Déterminer les coordonnées du sommet de $\mathcal{C}_g$.
2. Déterminer l'équation de l'axe de symétrie de $\mathcal{C}_g$.
3. Déterminer les points d'intersection de $\mathcal{C}_g$ avec l'axe des abscisses.
4. À l'aide des précédentes questions, tracer une allure de $\mathcal{C}_g$.



Exercice n°5

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f : x \mapsto -4x^2 + 4$.

Soit $\mathcal{C}_f$ sa courbe représentative.



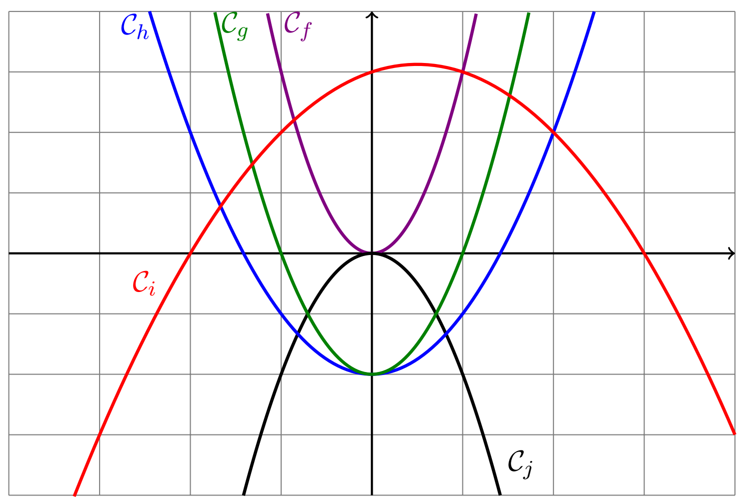
1. Déterminer les coordonnées du sommet de $\mathcal{C}_f$.
2. Déterminer l'équation de l'axe de symétrie de $\mathcal{C}_f$.
3. Déterminer les points d'intersection de $\mathcal{C}_f$ avec l'axe des abscisses.
4. À l'aide des précédentes questions, tracer une allure de $\mathcal{C}_f$.

Exercice n°6

On donne ci-dessous plusieurs représentations graphiques de polynômes de degré 2.

Associer chaque courbe représentative à son expression parmi celles proposées ci-dessous.

- $x \mapsto 3x^2$
- $x \mapsto -2x^2$
- $x \mapsto x^2 - 2$
- $x \mapsto 2(x-1)(x+1)$
- $x \mapsto -\dfrac{1}{2}(x+2)(x-3)$



> Différentes formes d'un même polynôme du second degré

Exercice n°7

Donner la forme développée des polynômes du second degré suivants :

a. $f(x) = (x+3)(x-2)$ **b.** $g(t) = 4t(t+7)$ **c.** $h(n) = -\dfrac{1}{2}(n-2)(n+5)$

Exercice n°8

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 3x^2 + 6x - 24$.

1. Montrer que 2 est une racine de f.
2. On admet que f admet deux racines distinctes : 2 et α où $\alpha \in \mathbb{R}$. Le polynôme f peut donc s'écrire sous la forme $3(x-2)(x-\alpha)$. Déterminer la valeur de α.
3. Donner alors la forme factorisée de f.

Exercice n°9 Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -3x^2 - 9x + 30$.

1. Montrer que pour tout réel x on a $f(x) = -3(x-2)(x+5)$.
2. Résoudre l'équation $f(x) = 0$.
3. En déduire les coordonnées des points d'intersection entre l'axe des abscisses et la courbe représentative de f.

Exercice n°10 Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2x^2 + 8x - 42$.

1. Montrer que 3 est une racine de f.
2. En déduire la deuxième racine de f.
3. Déterminer les coordonnées des points d'intersection entre l'axe des abscisses et la courbe représentative de f.

> Étude des polynômes du second degré

Exercice n°11 Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 4x^2 + 4x - 8$.

1. Déterminer les coordonnées du sommet de la parabole représentative de la fonction f ainsi que l'équation de l'axe de symétrie de cette parabole.
2. Quel est le maximum de la fonction f et en quel réel est-il atteint ?
3. Établir le tableau de variations de la fonction f sur son ensemble de définition.
4. Montrer que pour tout réel x on a $f(x) = 4(x-1)(x+2)$.
5. Établir le tableau de signe de la fonction f.

Exercice n°12 Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(t) = -3t^2 + 3t + 60$.

1. Déterminer les coordonnées du sommet de la parabole représentative de la fonction g ainsi que l'équation de l'axe de symétrie de cette parabole.
2. Quel est le maximum de la fonction g et en quel réel est-il atteint ?
3. Montrer que -4 est une racine de g.
4. En déduire la valeur de la deuxième racine de g.
5. Établir le tableau de signe de la fonction g.

Exercice n°13 Une entreprise fabrique des objets.

Le bénéfice de cette entreprise, en milliers d'euros, pour la fabrication et la vente de x centaines d'objets est donné par la fonction B définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -x^2 + 6x - 4$.

1. Quel sera le bénéfice réalisé par l'entreprise si elle fabrique et vend 200 objets ?
2. Quel sera le bénéfice réalisé par l'entreprise si elle fabrique et vend 500 objets ?
3. Dresser le tableau de variation de la fonction B sur $[0\,;6]$.
4. En déduire le nombre d'objets que l'entreprise doit fabriquer et vendre pour réaliser un bénéfice maximal. Donner la valeur de ce bénéfice maximal.

Exercice n°14 Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \frac{3}{2}\left(x+\frac{1}{2}\right)(x-9)$.

1. Résoudre l'équation $f(x) = 0$.
2. En déduire le tableau de signe de la fonction f.
3. Donner la forme développée du polynôme f.
4. Déterminer le minimum de la fonction f et dire en quelle valeur ce minimum est atteint.

Exercice n°15

L'entreprise de Jean-Kevin réalise un bénéfice sur la vente d'une quantité q de métaux, entre 0 et 9 tonnes. Ce bénéfice est défini par la fonction B

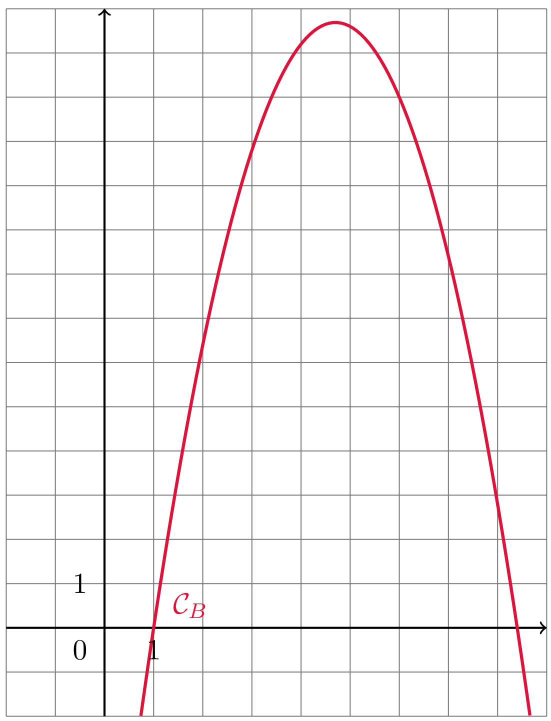
$$B : q \mapsto -q^2 + 9,4q - 8,4$$

On désire connaître les points morts, c'est à dire les quantités pour lesquelles le bénéfice vaut 0.

1. Vérifier que 0 n'est pas un point mort.
2. À l'aide du programme Python ci-dessous, établir la liste des bénéfices par tonne de 0 à 9 tonnes.

```python
B=[-q**2+9.4*q-8.4 for q in range(10)]
print(B)
```

3. En déduire la valeur d'un point mort. On notera cette valeur q_1.
4. On suppose qu'il existe un deuxième point mort que l'on note q_2. Ainsi, B peut s'écrire sous la forme
   $B(q) = -(q - q_1)(q - q_2)$.
   Déterminer la valeur de q_2.
5. Établir le tableau de signe de la fonction B.
6. Quelles sont les quantités qui permettent de réaliser un bénéfice positif ?
7. Pour quelle valeur de q a-t-on un bénéfice maximal ?



Exercice n°16 Soient $f : x \mapsto x^2 + 4x$ et $g : x \mapsto -\frac{1}{2}x - 2$. On note $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{C}_g$ leur courbe représentative.

L'objectif de cet exercice est de déterminer pour quelles valeurs de x, $\mathcal{C}_f$ est en dessous de $\mathcal{C}_g$.

1. Pour tout réel x, on pose $h(x) = g(x) - f(x)$. Déterminer l'expression de $h(x)$.
2. Montrer que -4 est une racine de h.
3. En déduire la valeur de la deuxième racine de h.
4. Établir le tableau de signe de la fonction h sur $\mathbb{R}$.
5. Répondre alors à l'objectif de l'exercice.
6. Visualiser cette réponse à l'aide de la calculatrice.