

Exercices sur la fonction exponentielle

> Utiliser les propriétés de la fonction exponentielle

Exercice n°1 Simplifier les expressions suivantes :

a. $\frac{e^7 \times e^{-4}}{e^{-5}}$ b. $(e^5)^{-6} \times e^{-3}$ c. $\frac{1}{(e^{-3})^2} + \frac{(e^4)^{-1}}{e^2 \times e^{-6}}$ d. $\frac{(e^{2x})^3}{e^{3x+1} \times e^{-x-1}}$

Exercice n°2 Simplifier les expressions suivantes :

a. $\frac{e^{3x} \times e^{-1}}{e^{x-3}}$ b. $\frac{e^3 \times e^x}{e^{-5} \times e^{-x}}$ c. $\frac{1}{e^x} \times \frac{1}{e^{x+1}}$ d. $\frac{e^{2x}}{x} + \frac{e^{-x}}{1+e^x}$

Exercice n°3 Déterminer les dérivées des fonctions suivantes.

a. $f(x) = e^x + x^2$ b. $f(x) = 3e^x + 4x + 5$ c. $f(x) = 3x^2 - 4e^x$
d. $f(x) = (x-1)e^x$ e. $f(x) = \frac{e^x}{x+1}$ f. $f(x) = (1+e^{2x})(e^{-3x} + 4)$

Exercice n°4 Etudier le signe des fonctions suivantes.

a. $f(x) = (x^2 + 4)e^x$ b. $f(x) = \frac{e^{-4x}}{-x^4 - 7}$
c. $f(x) = (1 + e^{2x})(e^{-3x} + 4)$ d. $f(x) = (x^2 - x - 6)e^x$

> Résolution d'équations et d'inéquations

Exercice n°5 Résoudre dans \mathbb{R} les équations suivantes.

a. $e^x = e^{42}$ b. $e^x - e^{-8} = 0$ c. $e^x - 1 = 0$ d. $e^x = 0$
e. $e^x - 2e^x = 0$ f. $e^{2x+4} = e^7$ g. $e^{-3x+5} = 1$ h. $e^x + 5 = 0$

Exercice n°6 Résoudre dans \mathbb{R} les équations suivantes.

a. $e^x - 5xe^x = 0$ b. $4xe^x + 3e^{x+4} = 0$ c. $e^{2x} - e^x - e^{x+1} + e = 0$ d. $e^{x^2-3x} - e^8 = 0$

Exercice n°7 Résoudre dans \mathbb{R} les inéquations suivantes.

a. $e^x > e^4$

b. $e^{-2x} > 1$

c. $e^{2x} < e^6$

d. $e^{3x+4} \leq e^{13}$

e. $e^{6x-3} \geq e^{6x+1}$

f. $e^{-3x+1} > e^{-4x+5}$

> Suite géométrique et fonction exponentielle

Exercice n°8 On considère la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n par : $u_n = e^{2n}$.

1. Déterminer les 3 premiers termes de cette suite.
2. Montrer que la suite est géométrique. Donner sa raison et son premier terme.
3. Déterminer le sens de variation de cette suite.

Exercice n°9 On considère la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n par : $u_n = e^{5n}$.

1. Déterminer les 3 premiers termes de cette suite.
2. Montrer que la suite est géométrique. Donner sa raison et son premier terme.
3. Déterminer le sens de variation de cette suite.

Exercice n°10

Pendant les soldes, le gérant d'un magasin souhaite se débarrasser d'un stock de pulls à 40€ l'unité. Il décide de diminuer le prix de ces pulls de 10% chaque semaine. On note u_n le prix d'un pull au bout de n semaines.

1. Montrer que (u_n) est une suite géométrique dont on donnera le premier terme et la raison.
2. Sachant que $e^{-0,105} \approx 0,9$, exprimer u_n sous la forme $C \times e^{na}$ où C et a sont deux réels à déterminer.
3. Quel type de croissance suit le prix des pulls ?

Exercice n°11

Jean-Kevin place 4 500€ sur son livret A en 2023. Le taux d'intérêt de ce livret est de 3% annuel.

1. Quel est le montant sur le livret de Jean-Kevin en 2024 ? (on suppose qu'il ne rajoute pas d'argent dessus)
2. On note u_n le montant en € présent sur le livret de Jean-Kevin pour l'année 2023 + n . Montrer que (u_n) est une suite géométrique dont on déterminera la raison et le premier terme.
3. Ecrire u_n sous la forme $C \times e^{na}$ où C et a sont deux réels à déterminer. (On note que $1,03 \approx e^{0,03}$)
4. Quel type de croissance suit cette suite ?
5. Au bout de combien d'année Jean-Kevin aura-t-il plus de 10 000€ sur son compte ? (On note que $\frac{20}{9} \approx e^{0,798}$)