Les nombres relatifs

1 Quelques rappels

Définitions

L'ensemble des nombres positifs et négatifs est appelé l'ensemble des nombres **relatifs**.

Exemples

- Les nombres 7 ; -3 et $-2,9$ sont des nombres relatifs.
- 0 est le seul nombre que l'on peut considérer comme positif et négatif.

Définition

On dit que deux nombres relatifs sont **opposés** quand ils ont la même distance à zéro mais ont des signes différents.

Exemples

12 et -12 sont opposés. De même, 16 est l'opposé de -16 ou encore $-4,2$ est l'opposé de 4,2.

Propriétés : comparaison

- Si deux nombres sont positifs alors le plus grand est celui le plus éloigné de 0.
- Un nombre positif est toujours supérieur à un nombre négatif.
- Si deux nombres sont négatifs, le plus grand est celui le plus proche de 0.

Exemples

- $10 > 7$ car 10 est plus éloigné de 0 que 7.
- $4,2 > -5,9$ car 4,2 est positif et que $-5,9$ est négatif.
- $-3 < -2$ car -2 est plus proche de 0 que -3.

2 Additionner des nombres relatifs

Règle n° 1

La somme de deux nombres relatifs de même signe est un nombre relatif qui a :

- le même signe que les deux nombres.
- pour distance à zéro la somme des distances à zéro.

Exemples

- $5{,}2 + 6{,}3 = ?$

  Les deux nombres sont positifs donc le résultat sera positif.
  On additionne les distances à zéro : $5{,}2 + 6{,}3 = 11{,}5$.

  Donc $5{,}2 + 6{,}3 = 11{,}5$ (ou $+\ 11{,}5$).

- $-1,3 + (-2,4) = ?$

  Les deux nombres sont négatifs donc le résultat sera négatif.
  On additionne les distances à zéro : $1{,}3 + 2{,}4 = 3{,}7$.

  Donc $-1,3 + (-2,4) = -3,7$.

Règle n° 2

La somme de deux nombres relatifs de signe différent est un nombre relatif qui a :

- le signe du nombre qui la plus grande distance à zéro.
- pour distance à zéro la différence entre la plus grande distance à zéro et la plus petite.

Exemples

- $-8 + 3 = ?$

  On prend le signe de -8 car il est plus éloigné de 0 que $+\ 3$. Le résultat sera donc négatif.
  Puis $8 - 3 = 5$.

  Donc $-8 + 3 = -5$.

- $13 + (-9) = ?$

  On prend le signe de 13 car il est plus éloigné de 0 que -9. Le résultat sera donc positif.
  Puis $13 - 9 = 4$.

  Donc $13 + (-9) = 4$.

3 Soustraire des nombres relatifs

Propriété

Soustraire un nombre relatif revient à additionner son opposé.

Exemples

- $-5 - 2 = ?$

  Au lieu de soustraire 2, on va ajouter son opposé : -2.

  Donc $-5 - 2 = -5 + (-2) = -7$.

- $3 - (-6,2) = ?$

  Au lieu de soustraire $-6,2$, on va ajouter son opposé : $+\ 6{,}2$.

  Donc $3 - (-6,2) = 3 + 6,2 = 9,2$.

4 Multiplier et diviser des nombres relatifs

Propriété : règles des signes

Lorsque l'on effectue un produit ou un quotient de nombres relatifs, on applique la règle des signes :

- S'il y a un nombre pair de nombres négatifs, le résultat sera positif.
- S'il y a un nombre impair de nombres négatifs, le résultat sera négatif.

Exemples

- On souhaite calculer le produit $6 \times (-3)$.

  On fait le calcul sans s'occuper des signes : $6 \times 3 = 18$.
  Il n'y a qu'un seul nombre négatif donc le résultat sera négatif.
  Ainsi, $6 \times (-3) = -18$.

- On souhaite calculer le produit $-5 \times (-12)$.

  On fait le calcul sans s'occuper des signes : $5 \times 12 = 60$.
  Il deux nombres négatifs (c'est pair) : le résultat sera positif.
  Ainsi, $-5 \times (-12) = 60$.

- On souhaite calculer le produit $-4 \times (-3) \times (-10)$.

  On fait le calcul sans s'occuper des signes : $4 \times 3 \times 10 = 120$.
  Il y a un nombre impair (trois) de nombre négatif : le résultat sera négatif.
  Ainsi, $-4 \times (-3) \times (-10) = -120$.

- On souhaite calculer le produit $-75 \div (-10)$.

  On fait le calcul sans s'occuper des signes : $75 \div 10 = 7,5$.
  Il y a un nombre pair de nombres négatifs (deux) : le résultat sera donc positif.
  Ainsi, $-75 \div (-10) = 7,5$.