

Calcul littéral

1 Développer une expression littérale

Simple distributivité

Pour tout nombre a , b et k :

$$k(a + b) = k \times a + k \times b \quad \text{et} \quad k(a - b) = k \times a - k \times b$$

Exemple

$$\begin{aligned} 6x(5 + 4x) &= 6x \times 5 + 6x \times 4x \\ &= 30x + 24x^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2t(5t - 9) &= 2t \times 5t - 2t \times 9 \\ &= 10t^2 - 18t \end{aligned}$$

Double distributivité

Pour tout nombre a , b , c et d :

$$(a + b)(c + d) = a \times c + a \times d + b \times c + b \times d$$

On distribue une première fois par a puis une seconde fois par b .

Exemple

$$\begin{aligned} (3x + 7)(5x + 4) &= 3x \times 5x + 3x \times 4 + 7 \times 5x + 7 \times 4 \\ &= 15x^2 + 12x + 35x + 28 \\ &= 15x^2 + 47x + 28 \end{aligned} \quad \begin{aligned} (8 - 4x)(6x + 5) &= 8 \times 6x + 8 \times 5 + (-4x) \times 6x + (-4x) \times 5 \\ &= 48x + 40 - 24x^2 - 20x \\ &= -24x^2 + 28x + 40 \end{aligned}$$

Identités remarquables

Pour tout nombre a et b :

$$(a + b)^2 = a^2 + 2 \times a \times b + b^2 \quad \text{et} \quad (a - b)^2 = a^2 - 2 \times a \times b + b^2$$

Exemple

$$\begin{aligned} (3x + 5)^2 &= (3x)^2 + 2 \times 3x \times 5 + 5^2 \\ &= 9x^2 + 30x + 25 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (7t - 4)^2 &= (7t)^2 - 2 \times 7t \times 4 + 4^2 \\ &= 49t^2 - 56t + 16 \end{aligned}$$

Remarque

Ces deux formules ne sont pas au programme du collège. Elles permettent tout de même de gagner du temps pour certains développements.

2 Factoriser une expression littérale

Méthode : factoriser une expression littérale

Pour factoriser une expression littérale, il faut trouver le facteur commun, c'est à dire le terme qui est commun à chaque addition/soustraction de l'expression littérale.

Exemple

- $$\begin{aligned} 5t^2 - 3t &= t \times 5t - t \times 3 \\ &= t(5t - 3) \end{aligned}$$

Ici, le facteur commun est t .

- $$\begin{aligned} 10x + 15 &= 5 \times 2x + 5 \times 3 \\ &= 5(2x + 3) \end{aligned}$$

Ici, le facteur commun est 5.

- $$\begin{aligned} (3x - 5)(6 - 4x) + (3x - 5)(-10 + 2x) &= (3x - 5)(6 - 4x - 10 + 2x) \quad \text{le facteur commun est } 3x + 5 \\ &= (3x - 5)(-2x - 4) \end{aligned}$$
- $$\begin{aligned} (4 + 6t)(3 - 5t) - (3t - 2)(4 + 6t) &= (4 + 6t)(3 - 5t - 3t + 2) \\ &= (4 + 6t)(-8t + 5) \end{aligned}$$

le facteur commun est $4 + 6t$, les signes de la deuxième parenthèses changent à cause du « - »

Propriété : identité remarquable

Pour tout nombre a et b :

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

Exemple

- $$\begin{aligned} 16 - x^2 &= 4^2 - x^2 \\ &= (4 - x)(4 + x) \end{aligned}$$

- $$\begin{aligned} 64t^2 - 100 &= (8t)^2 - 10^2 \\ &= (8t - 10)(8t + 10) \end{aligned}$$