

Solides et volumes

1 Les représentations de solides

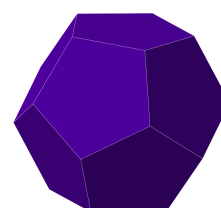
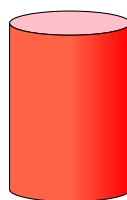
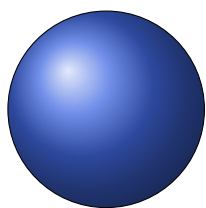
Définition

Un **solide** est l'ensemble des points situés à l'intérieur d'une partie fermée de l'espace.

Quand les solides sont déterminés par des surfaces planes polygonales, on les appelle **polyèdres**. Ces surfaces sont alors appelées **faces** dont les côtés sont des **arêtes** ayant pour extrémités des **sommets** du polyèdre.

Exemple

Voici la représentation de deux solides et d'un polyèdre.

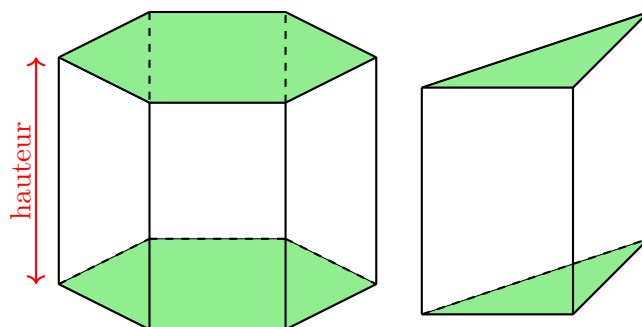


Définition : Le prisme droit

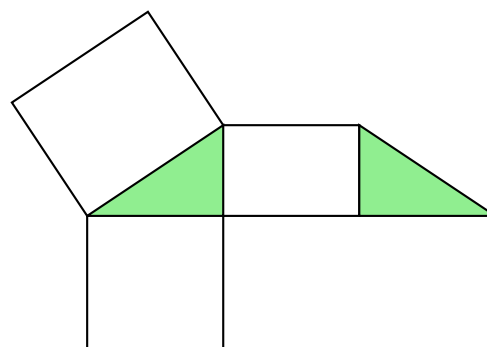
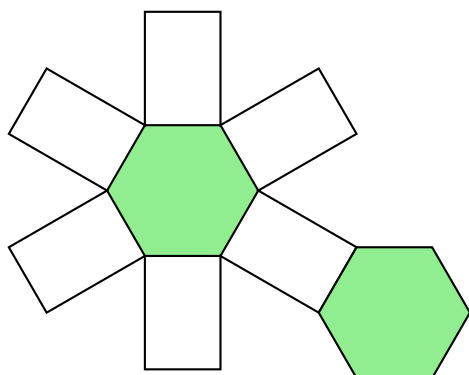
Un **prisme droit** est un polyèdre dont les **bases** sont des polygones superposables et dont les faces latérales sont des rectangles.

Les arêtes perpendiculaires à la base sont appelées **hauteur** du prisme droit.

Ci-contre, un prisme droit à base hexagonale et un prisme droit à base triangulaire.



Ci-dessous, un exemple de patron pour chacune de ces deux représentations de prisme droit.



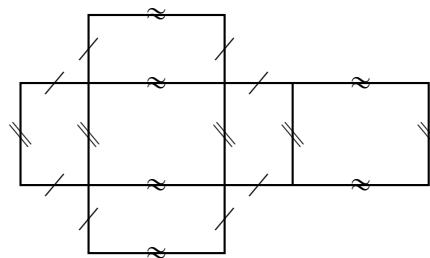
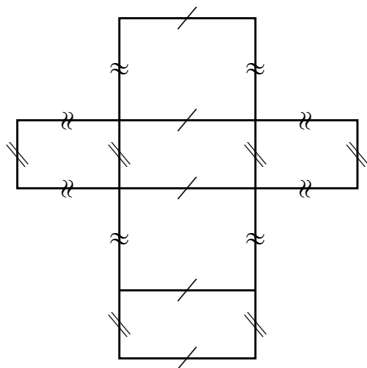
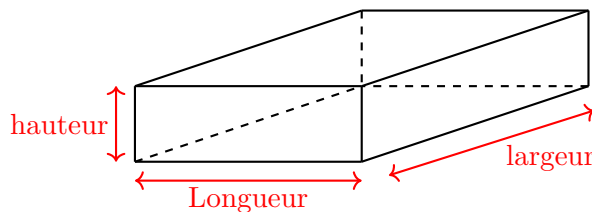
Définition : Le pavé droit

Le **pavé droit** est un polyèdre qui possède six faces rectangulaires.

Il s'agit d'un prisme droit particulier (un prisme droit dont les deux bases sont des rectangles).

Les différentes dimensions d'un pavé droit sont appelées **longueur**, **largeur** et **hauteur**.

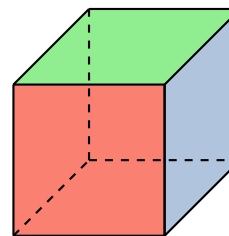
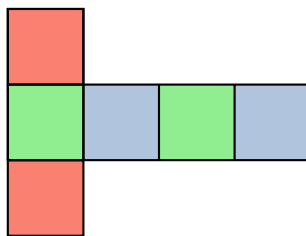
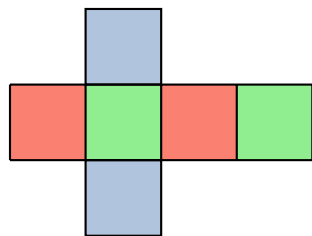
Ci-dessous, deux exemples de patrons de pavés droits.



Définition : Le cube

Un **cube** est un solide dont les six faces sont des carrés. Il s'agit d'un pavé droit particulier (puisque un carré est un rectangle particulier).

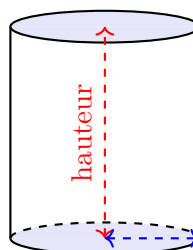
Ci-dessous, deux exemples de patrons d'un cube.



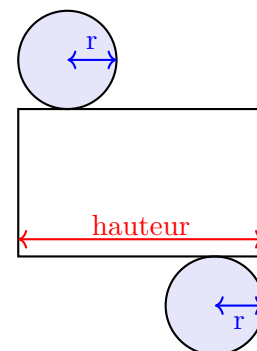
Définition : le cylindre de révolution

Un **cylindre de révolution** est un solide dont les deux bases sont des disques de même rayon. C'est un solide qui s'obtient en faisant effectuer un tour complet à un rectangle autour de l'un de ses côtés.

La **hauteur** d'un cylindre est le segment joignant les deux centres des deux bases.



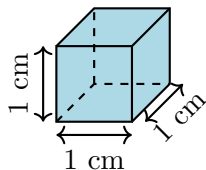
rayon



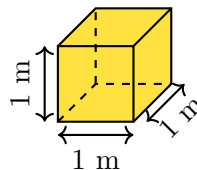
2 Calculer un volume

Définition

Le **centimètre cube** est une unité de volume notée cm^3 . Il s'agit du volume d'un cube d'arête 1 cm.

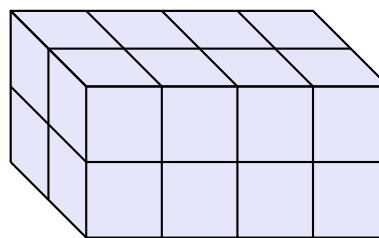


Le **mètre cube** est une unité de volume notée m^3 . Il s'agit du volume d'un cube d'arête 1 m.



Exemple : volume d'un assemblage de cubes

On considère l'assemblage ci-contre.
Tous les cubes de cet assemblage ont pour arête 1 cm.
On souhaite déterminer le volume de cet assemblage.
Chaque cube a alors un volume de 1 cm^3 .
Il y a au total 16 cubes.
Le volume de cet assemblage de cubes est donc de 16 cm^3 .



Propriété : volume d'un prisme droit

Pour calculer le volume d'un prisme droit, il faut multiplier l'aire de sa base par la hauteur du prisme :

$$\mathcal{V} = \text{aire de la base} \times \text{hauteur}$$

Exemple

Pour calculer le volume de ce prisme droit, on doit d'abord calculer l'aire de sa base.

L'aire d'un triangle est $\mathcal{A} = \frac{\text{base} \times \text{hauteur}}{2}$.

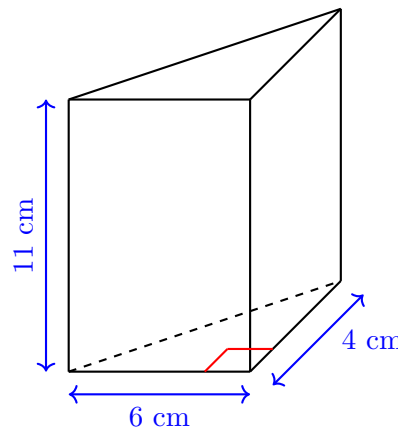
Ici, on prend comme base du triangle 6 cm et comme hauteur correspondante 4 cm (ou inversement).

$$\mathcal{A} = \frac{\text{base} \times \text{hauteur}}{2} = \frac{6 \times 4}{2} = 12.$$

On peut maintenant calculer le volume de ce prisme :

$$\mathcal{V} = \text{aire de la base} \times \text{hauteur} = 12 \times 11 = 132.$$

Le volume de ce prisme droit est de 132 cm^3 .



Propriété : volume d'un pavé droit

Pour calculer le volume d'un pavé droit, il faut multiplier sa longueur par sa largeur et par sa hauteur :

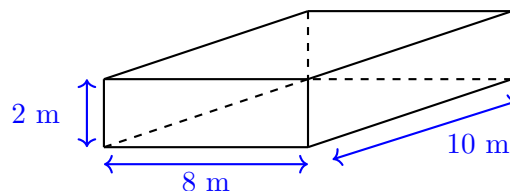
$$\mathcal{V} = \text{Longueur} \times \text{hauteur} \times \text{largeur}$$

Exemple

On souhaite calculer le volume du pavé droit ci-contre.

$$\mathcal{V} = \text{Longueur} \times \text{hauteur} \times \text{largeur} = 8 \times 10 \times 2 = 160.$$

Le volume de ce pavé droit est de 160 m³.

**Propriété : volume d'un cube**

Pour calculer le volume d'un cube de côté c , on utilise la formule :

$$\mathcal{V} = c \times c \times c$$

Conséquence : convertir des unités de volume

Un cube de côté 1 m a donc pour volume $1 \text{ m} \times 1 \text{ m} \times 1 \text{ m} = 1 \text{ m}^3$.

Or $1 \text{ m} = 10 \text{ dm}$ donc le précédent volume est aussi égal à $10 \text{ dm} \times 10 \text{ dm} \times 10 \text{ dm} = 1\,000 \text{ dm}^3$.

Ainsi : $1 \text{ m}^3 = 1\,000 \text{ dm}^3$.

De la même manière : $1 \text{ dm}^3 = 1\,000 \text{ cm}^3$.

On a aussi les relations : $1 \text{ m}^3 = 1\,000\,000 \text{ cm}^3$; $1 \text{ cm}^3 = 0,001 \text{ m}^3$; $1 \text{ cm}^3 = 0,001 \text{ dm}^3$ et $1 \text{ dm}^3 = 0,001 \text{ m}^3$.

Propriété : volume d'un cylindre

Pour calculer le volume d'un cylindre, il faut multiplier l'aire de sa base par sa hauteur :

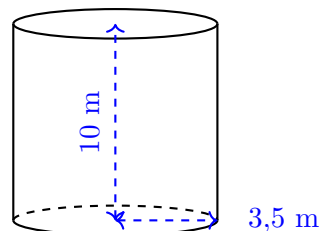
$$\mathcal{V} = \pi \times \text{rayon}^2 \times \text{hauteur}$$

Exemple

On souhaite calculer le volume du cylindre ci-contre.

$$\begin{aligned} \mathcal{V} &= \pi \times \text{rayon}^2 \times \text{hauteur} \\ &= \pi \times 3,5^2 \times 10 \\ &\approx 385 \end{aligned}$$

Le volume de ce cylindre vaut environ 385 m³.



Définition : le litre

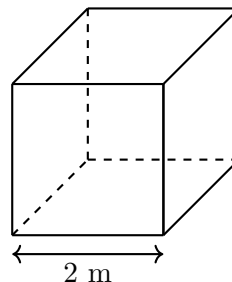
Un **litre**, noté L, est une unité de mesure de contenance qui correspond à un volume de 1 dm^3 .

Exemple

Puisque $1 \text{ L} = 1 \text{ dm}^3$ alors $1 \text{ m}^3 = 1\,000 \text{ dm}^3 = 1\,000 \text{ L}$. On souhaite calculer la contenance du cube ci-dessous.

$$\begin{aligned}\mathcal{V} &= c^3 \\ &= 2^3 \\ &= 8\end{aligned}$$

Le volume de ce cube est de 8 m^3 ce qui correspond à une contenance de 8 000 litres.



Il est aussi possible de convertir des contenance vers des volumes.

Par exemple : $25 \text{ L} = 25 \text{ dm}^3 = 0,025 \text{ m}^3 = 25\,000 \text{ cm}^3$.