Théorème de Thalès

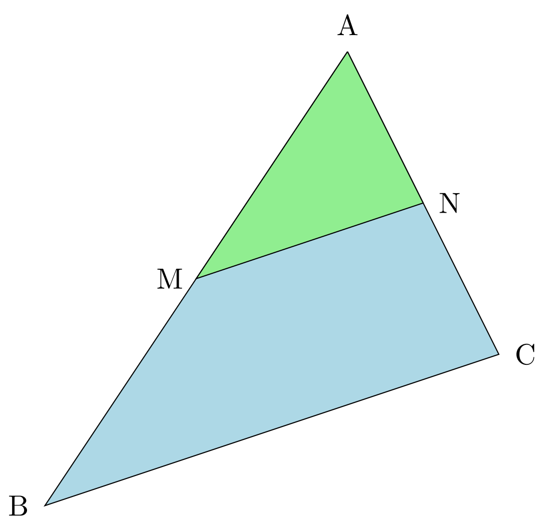
1 Le théorème de Thalès

Théorème

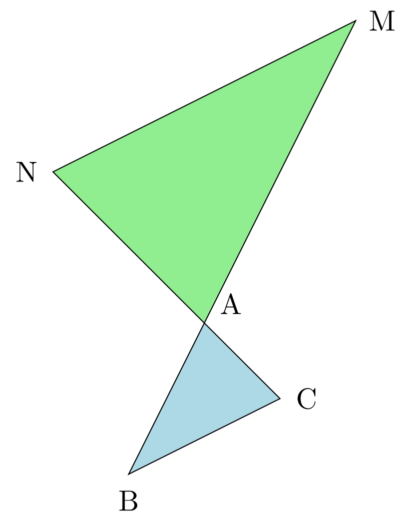
Si AMN et ABC ont comme sommet commun le point A et si les droites (BC) et (MN) sont parallèles alors :

$$\frac{\mathrm{AM}}{\mathrm{AB}} = \frac{\mathrm{AN}}{\mathrm{AC}} = \frac{\mathrm{MN}}{\mathrm{BC}}$$

C'est le **théorème de Thalès**.



Configuration « classique »



Configuration « en papillon »

Remarques

- On a aussi $\frac{\mathrm{AB}}{\mathrm{AM}} = \frac{\mathrm{AC}}{\mathrm{AN}} = \frac{\mathrm{BC}}{\mathrm{MN}}$
- Le triangle ABC est un agrandissement (ou une réduction) du triangle AMN. Les deux triangles sont semblables et leurs longueurs sont donc proportionnelles.

Longueurs des côtés AMN	AM	AN	MN
Longueurs des côtés ABC	AB	AC	BC

$\times \frac{\mathrm{AB}}{\mathrm{AM}}$

- Ce théorème permet de calculer des longueurs.

Exemple

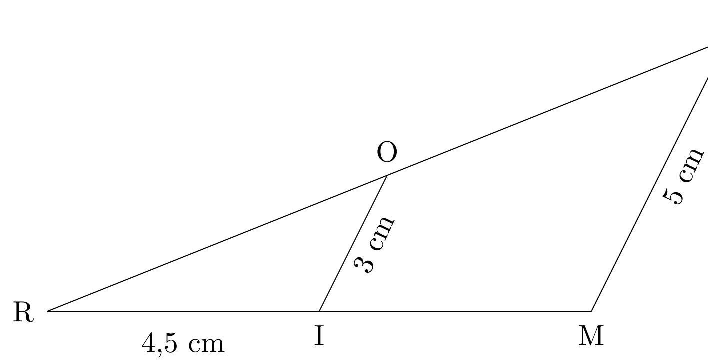
On considère la figure suivante où (OI) et (CM) sont parallèles. On veut calculer RM.

R est un sommet commun à ROI et RMC.
Les droites (OI) et (MC) sont parallèles.
Alors d'après le théorème de Thalès :

$$\frac{RO}{RC} = \frac{RI}{RM} = \frac{OI}{MC}$$
$$\frac{RO}{RC} = \frac{4{,}5}{RM} = \frac{3}{5}$$

Donc $RM = \dfrac{4,5 \times 5}{3} = 7,5$.

La longueur RM vaut 7,5 cm.



2 La réciproque du théorème de Thalès

Théorème

Si trois points A, B et M sont alignés dans le même ordre que trois points A, C et N.

Si de plus on a $\dfrac{AB}{AM} = \dfrac{AC}{AN}$ alors les droites (BC) et (MN) sont parallèles.

C'est la **réciproque du théorème de Thalès**.

Remarque

Cela fonctionne aussi si $\dfrac{AM}{AB} = \dfrac{AN}{AC}$.
Cela permet de montrer que des droites sont parallèles ou non. Si une des conditions n'est pas respectée, les droites (BC) et (MN) ne sont pas parallèles.

Exemple

Les droites (BC) et (DE) sont-elles parallèles ?

Les points B, A et E sont alignés dans le même ordre que les points C, A et D.

$$\frac{AE}{AB} = \frac{2,1}{4,3} \approx 0,488$$
$$\frac{AD}{AC} = \frac{2,4}{5} = 0,48$$

$\dfrac{AE}{AB} \neq \dfrac{AD}{AC}$ donc les droites (BC) et (DE) ne sont pas parallèles.