Arithmétique

1 La division euclidienne

Définitions

Effectuer la **division euclidienne** d'un nombre entier (le **dividende**) par un autre nombre entier différent de 0 (le **diviseur**), c'est trouver deux nombres entiers, le **quotient** et le **reste** tels que :

$$\text{dividende} = \text{diviseur} \times \text{quotient} + \text{reste} \text{ avec } \text{reste} < \text{diviseur}$$

Exemple

Voici la division euclidienne de 377 par 12.

$$\begin{array}{r|l} 377 & 12 \\ - 36 & 31 \\ \hline 17 & \\ - 12 & \\ \hline 5 & \end{array}$$

On peut alors écrire $377 = 12 \times 31 + 5$
On a bien également $5 < 12$.

- 377 est le **dividende**.
- 12 est le **diviseur**.
- 31 est le **quotient**.
- 5 est le **reste**.

2 Multiplies et diviseurs

Définitions

On considère deux nombres entiers a et b .

On dit que a est un **multiple** de b si on peut trouver un nombre entier n tel que $a = b \times n$.

On dit aussi que a est **divisible** par b ou que b est un **diviseur** de a .

Exemples

Puisque $56 = 7 \times 8$ alors :

- 56 est un multiple de 7
- 56 est divisible par 7
- 7 est un diviseur de 56
- 56 est un multiple de 6
- 56 est divisible par 6
- 6 est un diviseur de 56

En revanche, 14 n'est pas un multiple de 5. On ne peut pas trouver un nombre entier n tel que $14 = 5 \times n$.

Définitions

Un nombre entier qui est un multiple de 2 est appelé un nombre **pair**.
 Un nombre entier qui n'est pas un multiple de 2 est appelé un nombre **impair**.

Exemples

Voici les premiers nombres pairs : 0 ; 2 ; 4 ; 6 ; 8 ; 10 ; 12 ; 14 ; 16 ; ...
 Voici les premiers nombres impairs : 1 ; 3 ; 5 ; 7 ; 9 ; 11 ; 13 ; 15 ; ...

Propriété

On considère deux nombres entiers a et b avec b différent de 0.
 Si le reste de la division euclidienne de a par b est égal à 0 alors a est un multiple de b .

Exemples

$$\begin{array}{r|l} 377 & 12 \\ -36 & 31 \\ \hline 17 & \\ -12 & \\ \hline 5 & \end{array}$$

Puisque le reste de la division euclidienne de 377 par 12 n'est pas égal à 0 alors 377 n'est pas un multiple de 12.
 On peut aussi dire que 12 n'est pas un diviseur de 377 ou que 377 n'est pas divisible par 12.

$$\begin{array}{r|l} 238 & 7 \\ -21 & 34 \\ \hline 28 & \\ -28 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

Puisque le reste de la division euclidienne de 238 par 7 est égal à 0 alors 238 est un multiple de 7.
 On peut aussi dire que 7 est un diviseur de 238 ou que 238 est divisible par 7.
 On a $238 = 7 \times 34$.

3 Les critères de divisibilité**Critère de divisibilité par 2**

Un entier naturel est divisible par 2 si son chiffre des unités est 0, 2, 4, 6 ou 8.

Exemples

Est-ce que 2 095 est un multiple de 2 ?
 Le chiffre des unités de 2 095 est 5.
 Ce n'est donc pas un multiple de 2.

764 est-il divisible par 2 ?
 Le chiffre des unités de 764 est 4.
 764 est donc divisible par 2.

Critère de divisibilité par 3

Un entier naturel est divisible par 3 si la somme des chiffres qui composent le nombre est un multiple de 3.

Exemples

Est-ce que 3 est un diviseur de 83 ?

$$8 + 3 = 11$$

11 n'est pas un multiple de 3 donc 83 non plus.

132 est-il divisible par 3 ?

$$1 + 3 + 12 = 6$$

6 est un multiple de 3 donc 132 aussi.

Critère de divisibilité par 5

Un entier naturel est divisible par 5 si son chiffre des unités est 0 ou 5.

Exemples

8 065 est-il divisible par 5 ?

Le chiffre des unités de 8 065 est 5.

8 065 est donc divisible par 5.

522 est-il un multiple de 5 ?

Le chiffre des unités de 522 est 2.

522 n'est donc pas un multiple de 5.

Critère de divisibilité par 9

Un entier naturel est divisible par 9 si la somme des chiffres qui composent le nombre est un multiple de 9.

Exemples

529 est-il divisible par 9

$$5 + 2 + 9 = 16$$

16 n'est pas un multiple de 9 donc 529 n'est pas divisible par 9.

7 425 est-il un multiple de 9 ?

$$7 + 4 + 2 + 5 = 18$$

18 est un multiple de 9 donc 7 425 aussi.

Critère de divisibilité par 10

Un entier naturel est divisible par 10 si son chiffre des unités est 0.

Exemples

10 654 est-il divisible par 10 ?

Son chiffre des unités es 4.

10 654 n'est donc pas un multiple de 10.

10 est-il un diviseur de 330 ?

Le chiffre des unités de 330 est 0.

10 est donc un diviseur de 330.