



Planche de Galton

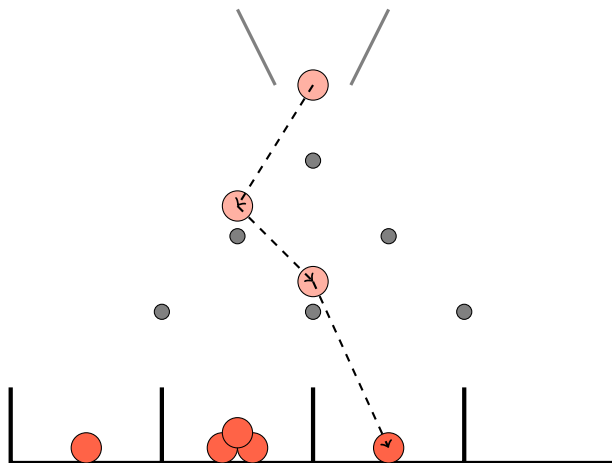
Planche de Galton

Une planche de Galton est un dispositif inventé par Francis Galton (1822-1911), un inventeur et statisticien britannique.

Cette planche est plantée de lignes de clous en quinconce : un clou sur la première ligne, deux sur la deuxième, trois sur la troisième et ainsi de suite.

Lorsqu'on lâche une bille au sommet de la planche, elle heurte le premier clou, puis se dirige sur la deuxième ligne par la droite ou la gauche du premier clou, puis sur la troisième ligne par la droite ou par la gauche du clou heurté sur la deuxième ligne et ainsi de suite.

Dans la partie inférieure de la planche, les billes sont rassemblées en fonction du nombre de passage à gauche et de passages à droite qu'elles ont effectués. Dans l'illustration ci-dessus, il y a $n = 3$ ligne d'obstacles et quatre positions d'arrivée possibles.



Exercice n°1 Le programme ci-dessous permet la simulation d'une planche de Galton et le lancer d'une bille.

```
1 from random import choice
2 c = 11
3 base = c * [0]
4 for bille in range(10):
5     position = c // 2
6     for clou in range(c-1):
7         position += choice([-1,1])/2
8
9     base[ int(position) ] += 1
10 print( base )
```

1. Combien de positions d'arrivée sont possibles pour la bille ?
2. Combien de clous sont alors présents sur cette planche ?
3. Sur une planche de Galton à n lignes, quel est le nombre de parcours composés de k passages de la bille à droite d'un clou et de $n - k$ passages à gauche d'un clou ?
4. Modifier ce programme pour qu'il réalise la simulation de 1 000 lancers de billes.

> Correction des exercices

Exercice n°1

1. Il y a 11 positions d'arrivée possibles pour la bille.
2. Cela signifie qu'il y a 10 clous sur la planche.
3. Il y en a $\binom{n}{k}$.
4. Voici le programme Python modifié :

```

1 from random import choice
2 c = 11
3 base = c * [0]
4 for bille in range(1000):
5     position = c // 2
6     for clou in range(c-1):
7         position += choice([-1,1])/2
8
9     base[ int(position) ] += 1
10 print( base )

```

Pour aller plus loin, on peut représenter par un diagramme en barres « l'empilement » des billes sur la partie inférieure de la planche.

```

1 from random import choice
2 import matplotlib.pyplot as plt
3 def simulation_galton(c = 7 , n = 20):
4     base = c * [0]
5     for bille in range(n):
6         position = c // 2
7         for clou in range(c-1):
8             position += choice([-1,1])/2
9
10        base[ int(position) ] += 1
11    return base
12 def graph_plot( L ):
13     from numpy import arange
14     from matplotlib.pyplot import bar, show
15     c = len( L )
16     x = arange(0,c,1)
17     bar(x,L,width=0.9,color='RoyalBlue')
18     plt.grid()
19     show()
20 graph_plot( simulation_galton(n=1000) )

```

