Méthode des trapèzes

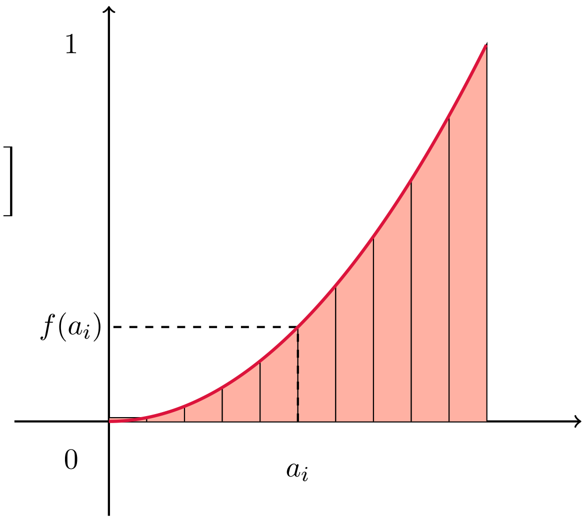
Méthode des trapèzes

Soit f une fonction continue et positive sur un intervalle $[a\,;\,b]$ de $\mathbb{R}$. Soit n un entier naturel non nul.

On divise l'intervalle $[a\,;\,b]$ en n parties égales.

Pour chaque borne des intervalles $\left[a+\dfrac{(b-a)i}{n}\,;\,a+\dfrac{(b-a)(i+1)}{n}\right]$ où $1 \leqslant i \leqslant n$, on calcule son image par la fonction f. On forme ainsi un trapèze dont les sommets ont pour coordonnées $(a_i\,;\,0)$, $(a_i\,;\,f(a_i))$, $(a_{i+1}\,;\,0)$ et $(a_{i+1}\,;\,f(a_{i+1}))$.

L'aire de chacun de ces trapèzes est de $(a_{i+1}-a_i)\times\dfrac{f(a_i)+f(a_{i+1})}{2}$. L'intégrale recherchée est ainsi approchée par la somme de ces trapèzes.



Exercice n°1

1. Programmer cette méthode sous Python et déterminer une approximation de $\displaystyle\int_0^1 e^{-x^2}\,\mathrm{d}x$.

> Correction des exercices

Exercice n°1

```
from math import*
def f(x):
  return exp(-x**2)
def trapeze(a, b, n ):
    h = ( b - a ) / n
    s = 0.5 * ( f( a ) + f( b ) ) + \
        sum( map( f, ( a + h * i for i in range( 1, n ) ) ) )
    return s * h
print(trapeze(0,1,100))
```

Out[ ] : 0.7468180014679697