Fractions et puissances

1 Rappels sur le calcul fractionnaire

Méthode

Pour additionner ou soustraire deux fractions qui n'ont pas le même dénominateur, il faut d'abord les réduire au même dénominateur.

Exemple

- $\dfrac{5}{3}+\dfrac{2}{7}$
  $=\dfrac{5\times 7}{3\times 7}+\dfrac{2\times 3}{7\times 3}$
  $=\dfrac{35}{21}+\dfrac{6}{21}$
  $=\dfrac{35+6}{21}$
  $=\dfrac{41}{21}$
- $\dfrac{7}{4}-\dfrac{2}{3}$
  $=\dfrac{7\times 3}{4\times 3}-\dfrac{2\times 4}{3\times 4}$
  $=\dfrac{21}{12}-\dfrac{8}{12}$
  $=\dfrac{21-8}{12}$
  $=\dfrac{13}{12}$

Propriété

Soient quatre nombres a, b, c et d avec b et d différents de 0.

$$\frac{a}{b}\times\frac{c}{d}=\frac{a\times c}{b\times d}$$

Exemple

- $\dfrac{2}{3}\times\dfrac{6}{5}=\dfrac{2\times 6}{3\times 5}$
  $=\dfrac{12}{15}$
- $\dfrac{-6}{7}\times\dfrac{10}{7}=\dfrac{-6\times 10}{7\times 7}$
  $=-\dfrac{60}{49}$
- $\dfrac{-3}{2}\times\dfrac{5}{-7}=\dfrac{-3\times 5}{2\times(-7)}$
  $=\dfrac{15}{14}$

Définition

On se donne deux nombres entiers différents de 0 a et b. On appelle **inverse** de $\dfrac{a}{b}$ la fraction $\dfrac{b}{a}$.

Exemple

- L'inverse de $\dfrac{2}{3}$ est $\dfrac{3}{2}$.
- L'inverse de 8 est $\dfrac{1}{8}$.
- L'inverse de $-\dfrac{4}{5}$ est $-\dfrac{5}{4}$.
- L'inverse de -42 est $-\dfrac{1}{42}$.

Propriété

Diviser par une fraction revient à multiplier à multiplier par son inverse.
Autrement dit, si on se donne quatre nombres a, b, c et d avec b, c et d différents de 0 on a :

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$$

Exemple

$\dfrac{4}{5} \div \dfrac{7}{6} = \dfrac{4}{5} \times \dfrac{6}{7} = \dfrac{4 \times 6}{5 \times 7} = \dfrac{24}{35}$

2 Rappels sur les puissances d'exposant positif

Définition : puissance d'exposant positif

Soit a un nombre et soit n un nombre entier positif différent de 0.
Le nombre $\underbrace{a \times a \times a \times ... \times a}_{n \text{ fois}}$ est le nombre noté a^n. On dit « a puissance n » ou encore a exposant n.

Le nombre n est appelé **exposant**.

Exemples

- $5^2 = 5 \times 5 = 25$
- $3^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$
- $(-2)^4 = -2 \times (-2) \times (-2) \times (-2) = 16$
- $-2^4 = -2 \times 2 \times 2 \times 2 = -16$
- $\left(\dfrac{4}{3}\right)^2 = \dfrac{4^2}{3^2} = \dfrac{16}{9}$
- $\dfrac{4^2}{3} = \dfrac{16}{3}$

Remarque

Les parenthèses sont importantes ! Il faut faire attention au résultat, qui peut changer suivant s'il y a des parenthèses ou non.

Propriétés

Soit a un nombre différent de 0. Soit n un nombre entier différent de 0.

- $a^0 = 1$
- $1^n = 1$
- $a^1 = a$
- $0^n = 0$

3 Puissances d'exposant négatif

Définition

Soit a un nombre et soit n un nombre entier positif différent de 0. Le nombre a^{-n} désigne l'inverse de a^n.

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

Exemples

- $2^{-3} = \dfrac{1}{2^3} = \dfrac{1}{8}$
- $7^{-1} = \dfrac{1}{7}$
- $\left(\dfrac{4}{5}\right)^{-3} = \left(\dfrac{5}{4}\right)^{3} = \dfrac{5^3}{4^3} = \dfrac{125}{64}$

4 Règles de calcul

Propriété

Dans une expression ,sans parenthèse, comportant des puissances, on effectue les calculs dans l'ordre suivant :

(1) Les calculs avec des puissances
(2) Les multiplications et/ou les divisions
(3) Les additions et/ou les soustractions

Exemples

- $\begin{aligned} 1 + 3 \times 2^4 &= 1 + 3 \times 16 \\ &= 1 + 48 \\ &= 49 \end{aligned}$
- $\begin{aligned} 6 \times (5 - 3^2 + 2) &= 6 \times (5 - 9 + 2) \\ &= 6 \times (-4 + 2) \\ &= 6 \times (-2) \\ &= -24 \end{aligned}$

5 La notation scientifique

Définition

On appelle **notation scientifique** d'un nombre l'écriture $a \times 10^n$ où :

- a est un nombre compris entre 1 (inclus) et 10 (exclus) ;
- n est un nombre entier relatif.

Exemples

La notation scientifique de 1 785 000 000 est $1,758 \times 10^9$.
La notation scientifique de 0,000 028 est $2,8 \times 10^{-5}$.

Remarques

La notation scientifique permet de représenter facilement les grands ou les petits nombres.
C'est aussi un moyen efficace de déterminer rapidement un ordre de grandeur d'une quantité.