

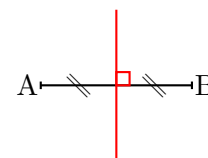
Droites remarquables du triangle

1 Médiatrices dans un triangle particulier

Définition

Soit A et B deux points distincts.

On appelle **médiatrice** du segment $[AB]$ la droite qui est perpendiculaire à $[AB]$ et qui passe par le milieu de $[AB]$.

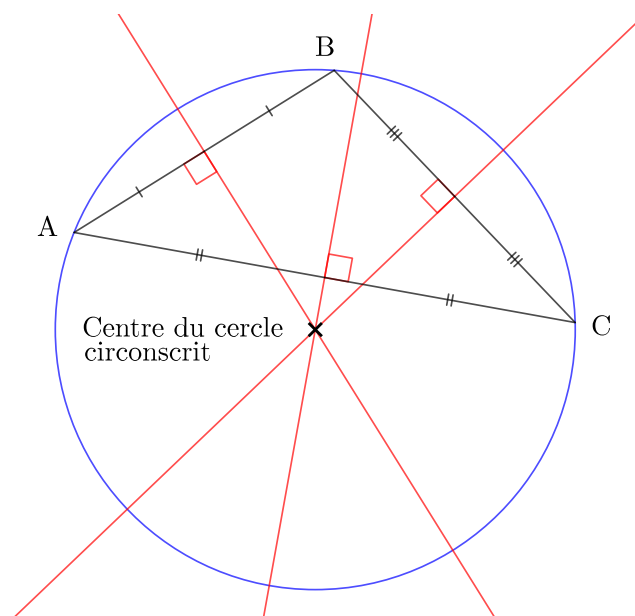


Propriété

Les trois médiatrices d'un triangle sont concourantes (elles se « coupent » au même endroit).

Définition

Le point d'intersection des trois médiatrices d'un triangle est le centre d'un cercle qui passe par les trois sommets du triangle. C'est ce qu'on appelle le **cercle circonscrit** au triangle.



Remarques

- Le centre du cercle circonscrit d'un triangle ABC est à la même distance de A que de B et que de C.
- Pour tracer ce cercle, il faut d'abord placer son centre. Pour cela, il suffit de construire deux des trois médiatrices d'un triangle. Le point d'intersection de ces deux médiatrices est le centre recherché, que l'on peut nommer O. Le rayon du cercle est $OA = OB = OC$.

Propriété

- Le cercle circonscrit au triangle rectangle a pour diamètre un des côtés du triangle. Autrement dit, le centre du cercle circonscrit est le milieu de l'hypoténuse. (Figure A)
- Si un triangle ABC est isocèle en C, alors C appartient à la médiatrice du segment [AB]. (Figure B)
- Dans un triangle équilatéral, chaque sommet appartient à la médiatrice du segment opposé à ce sommet. (Figure C)

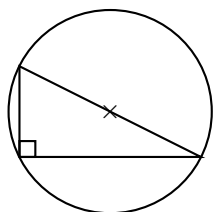


Figure A

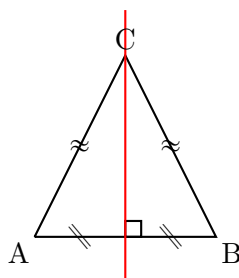


Figure B

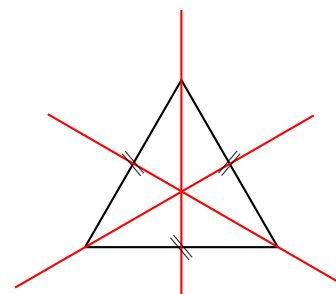


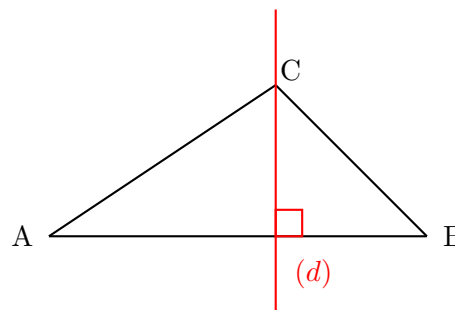
Figure C

2 Hauteur

Définition

Dans un triangle, la **hauteur** issue d'un sommet est la droite qui passe par ce sommet et qui est perpendiculaire au côté opposé.

Ici, on dit que la droite (d) est la hauteur issue de C.



Propriété

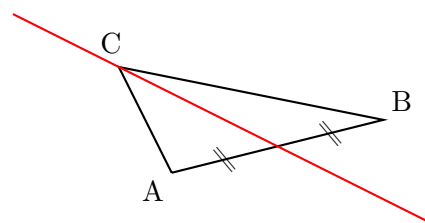
Les trois hauteurs d'un triangle sont concourantes. Ce point d'intersection s'appelle **l'orthocentre**.

3 Médiane

Définition

Dans un triangle, la **médiane** d'un sommet est la droite qui passe par ce sommet et qui passe par le milieu du segment opposé à ce sommet.

Ci-contre, la médiane issue du sommet C.



Propriété

Une médiane partage un triangle en deux triangles de même aire.

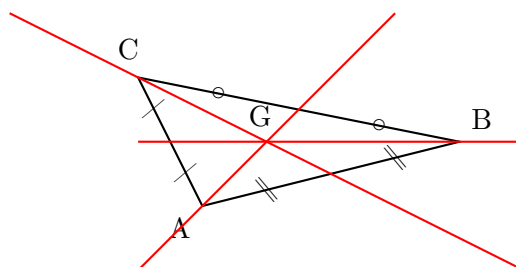
Remarque

Nous démontrerons cette propriété dans un des exercices de ce chapitre.

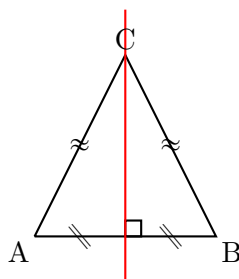
Propriété

Les trois médianes d'un triangle sont concourantes. Ce point d'intersection est appelé le **centre de gravité** du triangle.

Ci-contre, le centre de gravité est noté G.

**Propriété : cas particulier du triangle isocèle**

Dans un triangle isocèle, la hauteur, la médiane et la médiatrice issue du sommet principal sont confondues.

**Propriété : cas particulier du triangle équilatéral**

Dans un triangle équilatéral, les hauteurs, les médianes et les médiatrices se coupent toutes au même point. Ce point est à la fois le centre du cercle circonscrit du triangle, l'orthocentre et le centre de gravité du triangle.

