Résoudre des équations

1 Equation du premier degré

Méthode : Résoudre une équation du premier degré

Pour résoudre une équation, il faut « isoler » l'inconnue.

(1) On choisit un membre (droite ou gauche) où mettre les lettres. De l'autre, on mettra les termes sans lettre.
(2) Quand un terme ne se situe pas du bon côté, on le supprime en utilisant la précédente propriété. En quelque sorte, on « écrit son contraire »
(3) Quand on ajoute un terme d'un côté, on doit faire la même chose de l'autre.

Exemple

Résoudre l'équation $4a + 8 = 9a - 5$

$$4a + 8 - 8 = 9a - 5 - 8$$
$$4a = 9a - 13$$
$$4a - 9a = 9a - 13 - 9a$$
$$-5a = -13$$
$$\frac{-5a}{-5} = \frac{-13}{-5}$$
$$a = \frac{13}{5}$$

Vérification :
- $4a + 8 = 4 \times \frac{13}{5} + 8 = 18,4$
- $9a - 5 = 9 \times \frac{13}{5} - 5 = 18,4$

2 Equation produit nul

Définition

Une **équation produit nul** est une équation du type $A \times B = 0$ où A et B sont des expressions littérales.

Exemple

L'équation $(3x - 1)(7 + 2x) = 0$ est une équation produit nul. Ici, $A = 3x - 1$ et $B = 7 + 2x$.

Propriété

Un produit est égal à 0 si et seulement si au moins un des facteurs est égal à 0.

Remarque

Cette propriété va nous servir à résoudre des équations produit nul.

Exemple

Résoudre l'équation $(3x-1)(7+2x)=0$.

$$(3x-1)(7+2x)=0$$
$$3x-1=0 \quad \text{ou} \quad 7+2x=0$$
$$3x-1+1=0+1 \quad \text{ou} \quad 7+2x-7=0-7$$
$$3x=1 \quad \text{ou} \quad 2x=-7$$
$$\frac{3x}{3}=\frac{1}{3} \quad \text{ou} \quad \frac{2x}{2}=\frac{-7}{2}$$
$$x=\frac{1}{3} \quad \text{ou} \quad x=-3,5$$

Vérification :
- $(3x-1)(7+2x)=\left(3\times\frac{1}{3}-1\right)\times\left(7+2\times\frac{1}{3}\right)=0$
- $(3x-1)(7+2x)=(3\times(-3,5)-1)\times(7+2\times(-3,5))=0$

Les solutions sont donc $x=\frac{1}{3}$ et $x=-3,5$.

3 Equation carrée

Définition

Une **équation carrée** est une équation du type $x^2=a$ où x est l'inconnue de l'équation et où a est un nombre.

Propriétés

On considère l'équation $x^2=a$.

- Si $a<0$ l'équation n'a pas de solution.
- Si $a=0$ l'équation n'admet qu'une seule solution : $x=0$.
- Si $a>0$ l'équation admet deux solutions : $x=\sqrt{a}$ et $x=-\sqrt{a}$.

Exemple

- Résoudre l'équation $x^2 = 16$.

$$x^2 = 16$$
$$x = \sqrt{16} \quad \text{et} \quad x = -\sqrt{16}$$
$$x = 4 \quad \text{et} \quad x = -4$$

- Résoudre l'équation $(6x+5)^2 = 25$.

$$(6x+5)^2 = 25$$
$$6x+5 = \sqrt{25} \quad \text{ou} \quad 6x+5 = -\sqrt{25}$$
$$6x+5 = 5 \quad \text{ou} \quad 6x+5 = -5$$
$$6x+5-5 = 5-5 \quad \text{ou} \quad 6x+5-5 = -5-5$$
$$6x = 0 \quad \text{ou} \quad 6x = -10$$
$$\frac{6x}{6} = \frac{0}{6} \quad \text{ou} \quad \frac{6x}{6} = \frac{-10}{6}$$
$$x = 0 \quad \text{ou} \quad x = \frac{-10}{6}$$

Vérification :
- $(6x+5)^2 = (6 \times 0 + 5)^2 = 25$
- $(6x+5)^2 = \left(6 \times \left(\frac{-10}{6}\right) + 5\right) = 25$