

Proportionnalité

1 Qu'est ce que la proportionnalité ?

Définition

On dit que deux grandeurs sont **proportionnelles** si les valeurs de l'une s'obtiennent en multipliant les valeurs de l'autre par un même nombre différent de 0.

Exemples

- Quand on achète des cerises, le prix varie selon la masse de cerises achetées. On parle de « prix au kg ». Si on prend 2 kg de cerises, on payera deux fois plus cher, si on en prend 10 kg, on payera 10 fois plus cher et ainsi de suite. C'est une situation de proportionnalité.
- En revanche, la taille et le poids ne sont pas deux grandeurs proportionnelles. Si on multiplie son âge par deux, on ne multiplie pas forcément sa taille par deux.

Méthode

Quand deux grandeurs sont proportionnelles, si on multiplie ou si on divise les valeurs de l'une par un nombre différent de 0 alors les valeurs de l'autre grandeur seront aussi multipliées ou divisées par ce même nombre.

Exemple n° 1

Jean-Kevin trouve une recette de crêpes pour 4 personnes. Dans celle-ci, il est demandé d'utiliser 250 g de farine. Il souhaite adapter cette recette pour 12 personnes.
Pour passer de 4 personnes à 12 personnes, on va multiplier par 3. Il faut donc faire de même pour la farine.
 $250 \text{ g} \times 3 = 750 \text{ g}$.

Exemple n° 2

Au marché, Jean-Kevin aperçoit une pancarte : 5 kg de cerises pour 20€. Il souhaite en prendre 2,5 kg.
Pour passer de 5 kg à 2,5 kg on doit diviser par 2.
Les deux grandeurs étant proportionnelles, on va donc aussi diviser le prix par 2.
Et $20\text{€} \div 2 = 10\text{€}$.

2 Utiliser les propriétés de la proportionnalité

Définition

Dire qu'un tableau de deux lignes est un **tableau de proportionnalité**, signifie que l'on obtient les valeurs d'une ligne en multipliant les valeurs de l'autre par un même nombre différent de 0 : le coefficient de proportionnalité.

Propriétés

- Dans un tableau de proportionnalité, on peut additionner (ou soustraire) les valeurs deux colonnes pour trouver celles d'une troisième colonne.
- Dans un tableau de proportionnalité, on peut multiplier (ou diviser) les valeurs d'une même colonne par un même nombre (sauf 0) pour obtenir les valeurs d'une deuxième colonne.

Exemple

Le robinet de Jean-Kevin fuit. La quantité d'eau perdue est proportionnelle au temps qui passe. Il a déposé un seau sous son robinet et, en 4 heures, 10 litres d'eau sont tombés. Il veut connaître la quantité d'eau perdue en 6 heures et en 10 heures.

Temps (en h)	4	6	10
Quantité d'eau (en L)	10	?	?

Pour trouver en 6 heures, on peut utiliser le coefficient de proportionnalité en trouvant la quantité d'eau perdue en une heure.

$10 \div 4 = 2,5$. Pour 6 heures, on fait donc $6 \times 2,5 = 15$.

$\times 2,5$	4	6
	10	15

Pour trouver la quantité d'eau perdue en 10 heures, on peut additionner les valeurs des deux premières colonnes pour trouver les valeurs de la troisième.

Temps (en h)	4	6	10
Quantité d'eau (en L)	10	15	25

On peut également trouver la quantité d'eau perdue en 8 heures. Pour cela, on multiplie les valeurs de la première colonne par 2.

3 Représentation graphique de la proportionnalité

Propriété

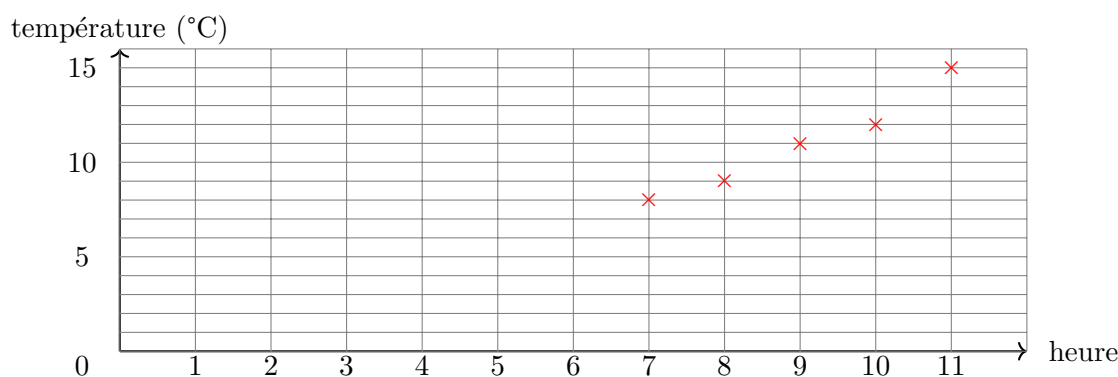
- Si deux grandeurs sont proportionnelles alors on peut les représenter graphiquement par un nuage de points. Ces points sont tous alignés avec l'origine du repère.
- Si une situation est représentée par un nuage de points tous alignés avec l'origine du repère alors il s'agit d'une situation de proportionnalité.

Exemple

- Jean-Kevin a relevé la température dans son jardin toutes les heures pendant cinq heures.

Heure	07h00	08h00	09h00	10h00	11h00
Température (en °C)	8	9	11	12	15

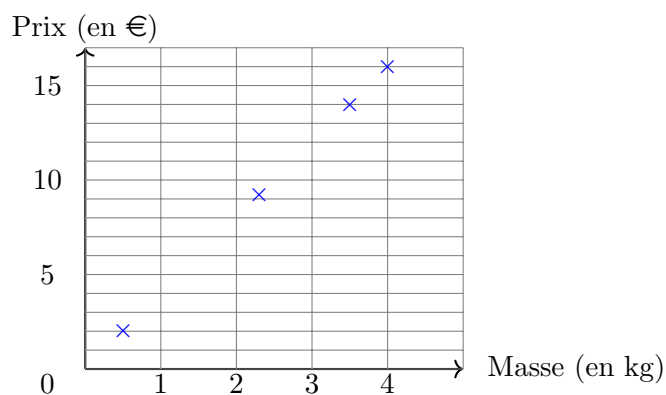
Il place les données dans un graphique et obtient le nuage de points suivant.



Tous les points ne sont pas alignés avec l'origine du repère : ce n'est donc pas une situation de proportionnalité.

- Dans un magasin, on relève les prix suivants : 0,5 kg de fruits pour 2€ ; 2,3 kg de fruits pour 9,2 € ; 3,5 kg de fruits pour 14€ et 4 kg de fruits pour 16€.

On peut là aussi représenter cette situation par un nuage de points.



Cette fois, on obtient un nuage de points et tous les points sont alignés avec l'origine du repère. Il s'agit donc d'une situation de proportionnalité. On peut dire que le prix payé est proportionnel à la masse de fruits achetée.

4 Proportion et pourcentage

Définition

Dans la suite, a et b désignent des nombres avec $a < b$.

La **proportion** d'individus a dans une population totale b est le nombre $\frac{a}{b}$.

Une proportion peut aussi s'exprimer sous la forme d'un pourcentage (donc d'une fraction dont le dénominateur est égal à 100).

Exemple

Dans une classe de 25 élèves, il y a 8 élèves qui portent des lunettes.

La proportion d'élèves qui portent des lunettes est donc de $\frac{8}{25}$. On peut aussi déterminer le pourcentage correspondant : $\frac{8}{25} = \frac{8 \times 4}{25 \times 4} = \frac{32}{100}$.

On peut donc dire que 32% des élèves de cette classe portent des lunettes.

Propriété

Pour calculer le pourcentage d'une quantité, on multiplie cette quantité par ce pourcentage.

Exemple

Dans un collège, il y a 420 élèves dont 42% pratiquent une activité physique au moins une fois par semaine. Combien d'élèves pratiquent une activité physique au moins une fois par semaine dans ce collège ?

$$420 \times \frac{42}{100} = 420 \times 0,42 = 176,4.$$

Dans ce collège, il y a donc 176,4 élèves qui pratiquent une activité physique au moins une fois par semaine.