Les probabilités

1 Rappels de vocabulaire

Définitions

- Une **expérience aléatoire** est une expérience au cours de laquelle intervient le hasard.
- Les différentes éventualités de cette expériences sont appelées les **issues**.
- Un **évènement** est constitué d'une, de plusieurs ou aucune issue.
- Lorsque l'on effectue la liste de toutes les issues d'une même expérience aléatoire, on forme **l'univers** de l'expérience aléatoire. On le note Ω.

2 Déterminer une probabilité

Définitions

Quand on réalise un très grand nombre de fois une même expérience aléatoire, dans les mêmes conditions, la fréquence à laquelle se réalise un évènement se rapproche d'une fréquence théorique que l'on appelle **probabilité**. C'est un nombre qui sert à exprimer la « chance » qu'un évènement se réalise.

Quand toutes les issues d'une expérience ont la même probabilité de se réaliser, on dit qu'elles sont **équiprobables.**

Exemple

On lance un dé à 6 faces. La probabilité de tomber sur la face 4 est de $\frac{1}{6}$.
On peut aussi dire que l'on a une chance de six d'obtenir le 4.
On peut aussi exprimer cette probabilité en pourcentage : $\frac{1}{6} \times 100 \approx 16,7$. La probabilité est d'environ de 16,7%.

Propriétés

Une probabilité est un nombre compris entre 0 et 1 (ou entre 0% et 100%).
Quand on additionne les probabilités de chaque issue d'une même expérience aléatoire, on obtient 1 (ou 100%).

Propriété

On se place dans le cas d'une expérience aléatoire équiprobable. Si A est un évènement de cette expérience alors :

$$p(\mathrm{A}) = \frac{\text{nombre d'issues favorables}}{\text{nombre total d'issues}}$$

Exemple

L'AS du collège va faire gagner un ensemble de sport pour un des licenciés. L'élève va être tiré au sort. On considère les évènements suivants : A = « l'élève porte des lunettes » et B = « l'élève est une fille ».

On va déterminer les probabilités de ces évènements.
Il y a 150 élèves à l'AS. Il y en a 20 qui portent des lunettes et il y a 80 filles. Donc $p(\mathrm{A}) = \dfrac{20}{150}$ et $p(\mathrm{B}) = \dfrac{80}{150}$.

3 Évènements particuliers

Définitions

On appelle **évènement certain** un évènement dont on est sûr qu'il va se réaliser.
On appelle **évènement impossible** un évènement dont on est sûr qu'il ne va pas se réaliser.

Propriétés

La probabilité d'un évènement certain est de 1 (ou 100%).
La probabilité d'un évènement impossible est de 0 (ou 0%).

Exemple

On lance un dé à 6 faces.
On considère les évènements D = « On obtient un multiple de 1 » et E = « On obtient un nombre supérieur à 10 ».
D est un évènement certain : on a donc $p(\mathrm{D}) = 1$. E est un évènement impossible donc $p(\mathrm{E}) = 0$.

Définition

Soit A un évènement. On appelle **évènement contraire** de A l'évènement qui se réalise quand A ne se réalise pas. On le note $\overline{\mathrm{A}}$.

Propriété

Soit A un évènement. On a la formule suivante :

$$p(\mathrm{A}) + p(\overline{\mathrm{A}}) = 1$$

On peut aussi retenir $p(\overline{\mathrm{A}}) = 1 - p(\mathrm{A})$.

Exemple

Météo France indique que la probabilité qu'il n'y ait pas de nuage demain est de 37%. Quelle est la probabilité qu'il y ait des nuages demain ?
Le contraire de « il y a des nuages demain »est « il n'y a pas de nuage demain ». On peut donc utiliser la formule de la précédente propriété : $1 - 0,37 = 0,63$.
La probabilité qu'il y ait des nuages demain est donc de 63%.

4 Le tableau à double entrée

Définition

Dans un tableau, si les données sont organisées selon deux critères, on appelle cela un **tableau à double entrée**.

Remarque

Le tableau à double entrée permet de dénombrer toutes les issues de certaines expériences aléatoires ce qui facilite le calcul de probabilités.

Exemple

On tire, deux fois de suite et avec remise, une boule dans une urne contenant une boule bleue et deux boules violettes.
On veut connaître la probabilité de tirer successivement deux boules violettes.

On réalise le tableau à double entrée.

tirage n°2 / tirage n°1	Bleu	Violette	Violette
Bleu	**B B**	**B V**	**B V**
Violette	**V B**	**V V**	**V V**
Violette	**V B**	**V V**	**V V**

Il y a 9 issues au total. Parmi elles, il y en a 4 avec deux fois la boule violette.
La probabilité de tirer successivement deux boules violettes est donc de $\frac{4}{9}$.

Si on souhaite l'exprimer sous la forme d'un pourcentage : $\frac{4}{9} \times 100 \approx 44$.