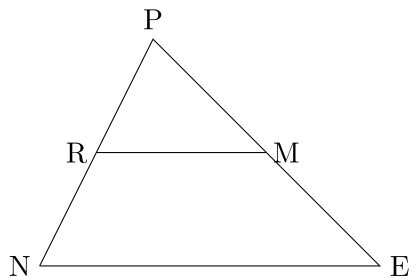
Exercices sur le théorème de Thlaès

Correction à la fin du document

> Déterminer une longueur

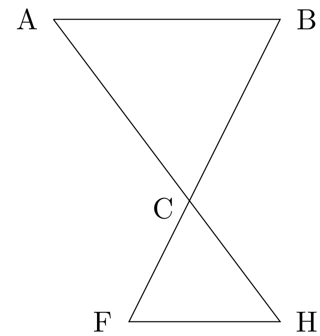
Exercice n°1

PR = 1,7 cm ; PN = 6,8 cm ; PM = 1,4 cm
(RM) et (NE) sont parallèles



Déterminer la longueur PE.

CH = 0,7 m ; CF = 1,9 m ; CB = 2,1 m
(AB) et (FH) sont parallèles

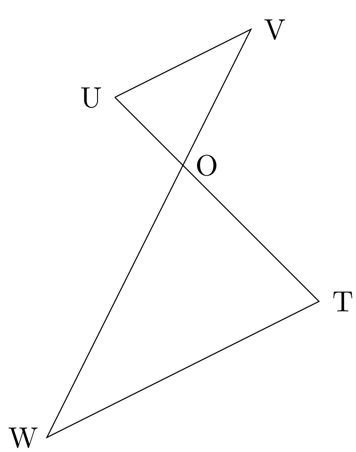


Déterminer la longueur CA.

> Vérifier si deux droites sont parallèles

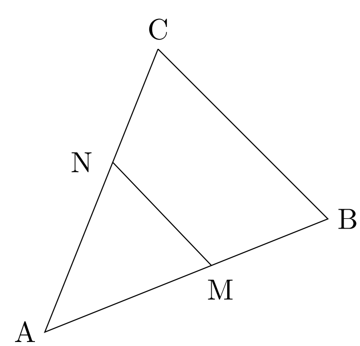
Exercice n°2

VO = 1,5 m ; OW = 2 m ; TO = 3,5 m ; UO = 2,5 m



Les droites (UV) et (TW) sont-elles parallèles ?

AM = 0,9 cm ; AN = 0,8 cm ; AB = 2,7 cm ; AC = 2,4 cm

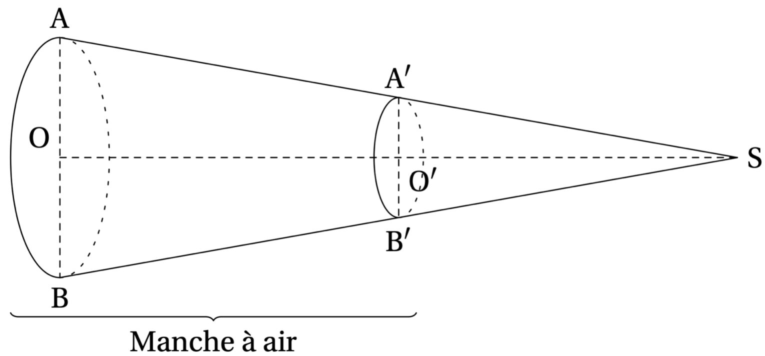


Les droites (MN) et (BC) sont-elles parallèles ?

> Exercice type Brevet

Exercice n°3

Sur l'altiport (aérodrome d'altitude) de la station de ski se trouve une manche à air qui permet de vérifier la direction et la puissance du vent. Cette manche à air à la forme d'un tronc de cône de révolution obtenu à partir d'un cône auquel on enlève la partie supérieure après section par un plan parallèle à la base.
On donne AB = 60 cm, A'B' = 30 cm et SB' = 240 cm.



O est le centre du disque de la base du grand cône de sommet S. O', milieu de [OS], est le centre de la section de ce cône par un plan parallèle à la base. B' appartient à la génératrice [SB] et A' appartient à la génératrice [SA].

1. Montrer que la longueur SB est égale à 480 cm.
2. Calculer la longueur SO. On arrondira le résultat au centimètre.
3. Calculer le volume d'air qui se trouve dans la manche à air. On arrondira au centimètre cube.

> Correction des exercices

Exercice n°1

P est un sommet commun à PRN et PME.
Les droites (RM) et (NE) sont parallèles.
Alors d'après le théorème de Thalès :

$\dfrac{\text{PR}}{\text{PN}} = \dfrac{\text{PM}}{\text{PE}} = \dfrac{\text{RM}}{\text{NE}}$

$\dfrac{1{,}7}{6{,}8} = \dfrac{1{,}4}{\text{PE}} = \dfrac{\text{RM}}{\text{NE}}$

$\text{PE} = \dfrac{6,8 \times 1,4}{1,7} = 5,6$

C est un sommet commun à CAB et CFH.
Les droites (AB) et (FH) sont parallèles.
Alors d'après le théorème de Thalès :

$\dfrac{\text{CF}}{\text{CB}} = \dfrac{\text{CH}}{\text{CA}} = \dfrac{\text{FH}}{\text{AB}}$

$\dfrac{1{,}9}{2{,}1} = \dfrac{0{,}7}{\text{CA}} = \dfrac{\text{FH}}{\text{AB}}$

$\text{CA} = \dfrac{2,1 \times 0,7}{1,9} \approx 0,77$

Exercice n°2

Les points U, O et T sont alignés dans le même ordre que les points V, O et W.

$\dfrac{\text{OU}}{\text{OT}} = \dfrac{2,5}{3,5} = \dfrac{5}{7}$

$\dfrac{\text{OV}}{\text{OW}} = \dfrac{1,5}{2} = \dfrac{3}{4}$

$\dfrac{\text{OU}}{\text{OT}} \neq \dfrac{\text{OV}}{\text{OW}}$ donc les droites (UV) et (WT) ne sont pas parallèles.

Les points A, N et C sont alignés dans le même ordre que les points A, M et B.

$\dfrac{\text{AN}}{\text{AC}} = \dfrac{0,8}{2,4} = \dfrac{1}{3}$

$\dfrac{\text{AM}}{\text{AB}} = \dfrac{0,9}{2,7} = \dfrac{1}{3}$

$\dfrac{\text{AN}}{\text{AC}} = \dfrac{\text{AM}}{\text{AB}}$ donc les droites (UV) et (WT) sont parallèles.

Exercice n°3

1. S est un sommet commun à SA'B' et SAB.
   Les droites (A'B') et (AB) sont parallèles alors d'après le théorème de Thalès :

   $\dfrac{\text{SB'}}{\text{SB}} = \dfrac{\text{SA'}}{\text{SA}} = \dfrac{\text{A'B'}}{\text{AB}}$

   $\dfrac{240}{\text{SB}} = \dfrac{\text{SA'}}{\text{SA}} = \dfrac{30}{60}$

   $\text{SB} = \dfrac{240 \times 60}{30} = 480$. La longueur SB mesure bien 480 m.

2. Le triangle SOB est rectangle en O alors d'après le théorème de Pythagore :

   $\text{SB}^2 = \text{OB}^2 + \text{SO}^2$
   $480^2 = 30^2 + \text{SO}^2$
   $230\ 400 = 900 + \text{SO}^2$
   $\text{SO}^2 = 230\ 400 - 900$
   $\text{SO}^2 = 229\ 500$

SO $= \sqrt{229\ 500} \approx 479,06$. La longueur SO mesure environ 479,06 m.

3. On va calculer le volume du grand cône puis on va soustraire le volume du petit cône.

   $\mathcal{V} = \dfrac{\pi \times \text{rayon}^2 \times \text{hauteur}}{3} = \dfrac{\pi \times 30^2 \times 479,06}{3} \approx 451\ 503.$

   Le volume du grand cône est d"environ 451 503 m^3.
   Puisque les longueurs du grand cônes ont été divisées par 2 pour obtenir celles du petit cône, le volume sera divisé par 2^3 soit 8.
   Volume du petit cône : $451\ 503 \div 8 \approx 56\ 438$.
   Volume de la manche à air : $451\ 503 - 56\ 438 = 395\ 065$.
   Le volume de la manche à aire est d'environ 395 065 m^3.