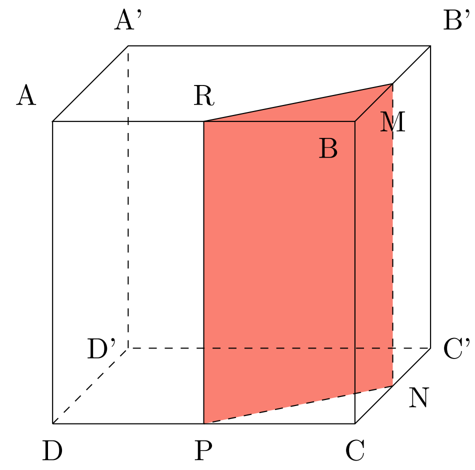
Exercices sur les sections de solides

> Exercices type Brevet

Exercice n°1

On a représenté ci-dessous un cube d'arête 6 cm. Le point M est le milieu de l'arête [BB'], le point N est le milieu de l'arête [CC'], le point P est le milieu de l'arête [DC] et le point R est le milieu de l'arête [AB].

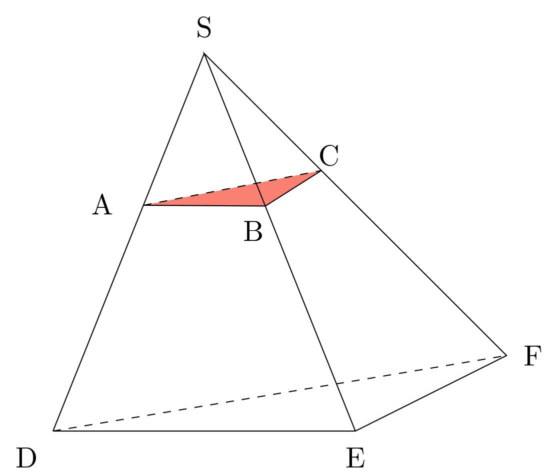


1. Quelle est la nature du triangle BRM ?
2. Calculer la longueur RM.
3. On coupe ce cube par un plan passant par R et qui est parallèle à [BC]. La section obtenue est le quadrilatère RMNP.

   Quelle est la nature de cette section ?
4. Calculer l'aire de RBM.
5. Calculer le volume du prisme droit dont la base est le triangle RBM et dont la hauteur est [BC].

Exercice n°2

SDEF est une pyramide à base triangulaire telle que SD = DE = 15 cm, DF = 18 cm et EF = 9 cm. On sectionne cette pyramide par un plan parallèle à sa base. Ce plan coupe [SD] en A tel que SA = 6 cm. La hauteur de cette pyramide mesure 16 cm.

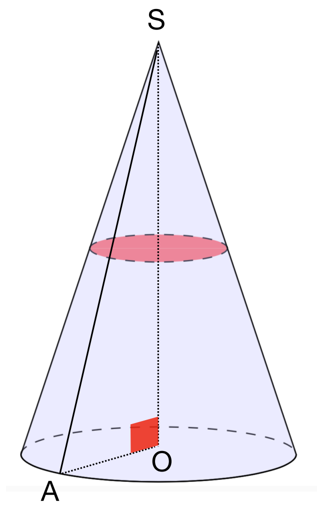


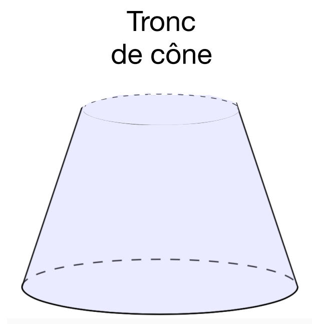
1. Donner la nature et les dimensions de cette section.
2. Sachant que l'aire du triangle DEF est égale à 67,5 cm^2, calculer le volume de la pyramide DEFS.
3. En déduire le volume de la pyramide SABC.

Exercice n°3 Le cône ci-dessous a pour base un disque de rayon 6 cm et la génératrice [SA] mesure 10 cm.

1. Montrer que la longueur [SO] est égale à 8 cm.
2. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{ASO}$. Arrondir le résultat au degré près.
3. Montrer que la valeur exacte, en cm^3, du volume $\mathcal{V}_1$ du cône est de 96π.
4. On enlève la partie supérieure du cône en le coupant par un plan parallèle à la base passant par le milieu de la hauteur. On rappelle que la partie enlevée est une réduction du cône initial.

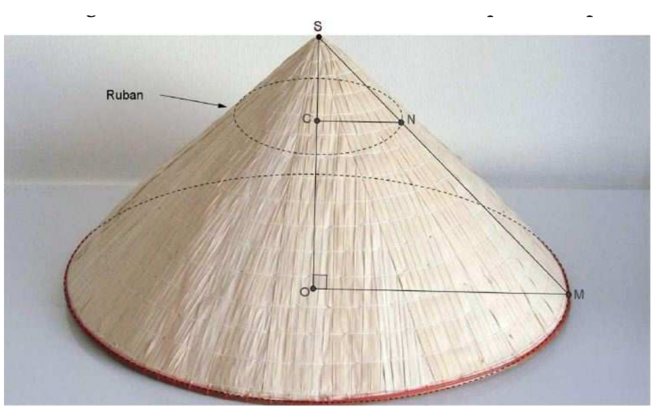
   Quel est le coefficient de réduction ?
5. Montrer que la valeur exacte, en cm^3, du volume $\mathcal{V}_2$ de la partie enlevée est 12π.
6. En déduire la valeur exacte, en cm^3, du volume $\mathcal{V}_3$ du tronc de cône.





Exercice n°4

C'est en 1891 que les premiers Vietnamiens arrivèrent en Nouvelle-Calédonie pour travailler dans les mines de nickel. De nos jours, leurs descendants continuent à transmettre leur héritage au travers de manifestation culturelles. Un des symboles de cet héritage est celui du « Nón lá » communément appelé « chapeau chinois » dont une image est donné ci-dessous. On considère que ce chapeau est un cône.



Données :
SOM est rectangle en O
OM = 24 cm
SM = 37,5 cm.

1. Calculer la hauteur SO, arrondie à l'unité.
2. En guise de décoration, on pose un ruban autour du chapeau parallèlement à sa base. Ce ruban est disposé au tiers du chapeau en partant du sommet.

   Quelle est la nature de la figure géométrique formé par ce ruban ?
3. Calculer, en cm, la longueur du ruban.

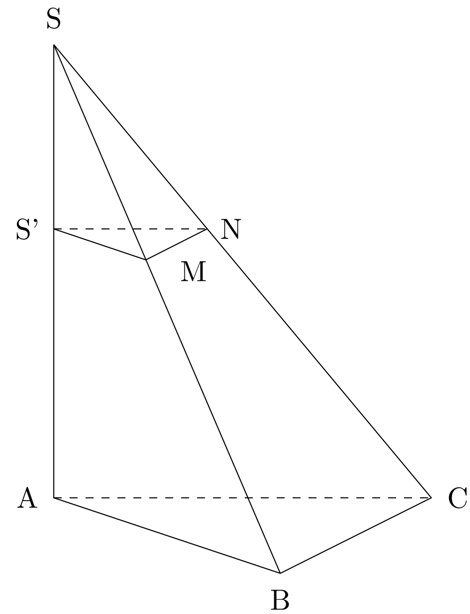
Exercice n°5

La dernière bouteille de chez Chenal a la forme d'une pyramide SABC à base triangulaire de hauteur [AS] telle que :

- ABC est un triangle rectangle et isocèle en B ;
- AB = 7,5 cm et AS = 15 cm

1. Calculer le volume de la pyramide SABC. (On arrondira au cm^3 près.)
2. Pour fabriquer son bouchon SS'MN, les concepteurs ont coupé cette pyramide par un plan P parallèle à sa base et passant par le point S' tel que SS' = 6 cm.

   Quelle est la nature de la section plane S'MN obtenue ?
3. Calculer la longueur S'N.
4. Calculer le volume maximal de parfum que peut contenir cette bouteille en cm^3.

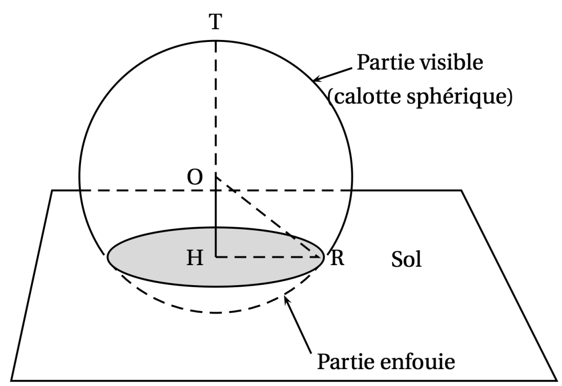


Exercice n°6

Pour attirer davantage de visiteurs dans sa ville, un maire décide de faire construire l'Aquarium du Pacifique. Les architectes prévoient de poser un énorme aquarium à l'entrée, dont la vitre a une forme sphérique. La figure ci-après représente la situation. Cette figure n'est pas en vraie grandeur.

1. Calculer le volume d'une boule de rayon 5 m. Donner l'arrondi à l'unité près.
2. En réalité, l'aquarium est implanté dans le sol. La partie supérieure (visible aux visiteurs) est une « calotte sphérique ». La partie inférieure (enfouie) abrite les machines.

   Quelle est la nature géométrique de la section entre le plan horizontal du sol et l'aquarium ? (on parle de la partie grisée sur la figure)
3. On donne OH = 3 m, RO = 5 m, HR = 4 m. Le triangle OHR est-il rectangle ?



4. Calculer la longueur HT de la partie visible de l'aquarium.
5. Le volume de la calotte sphérique de rayon 5 m est donné par la formule suivante :

$$\mathcal{V}_{calotte} = \frac{\pi \times h^2}{3} \times (15 - h)$$

   où h correspond à la hauteur HT. Calculer le volume en litres de cette calotte.
6. Pour cette question, on prendre comme volume de l'aquarium 469 000 litres. Des pompes délivrent à débit constant de l'eau de mer pour remplir l'aquarium vide. En 2 heures, les pompes réunies y injectent 14 000 litres d'eau de mer.

   Au bout de combien de d'heures de fonctionnement les pompes auront-elles rempli l'aquarium ?