

Niveau : 5^{ème}

Livret d'automatismes

Pierre Martin
Académie de Limoges

Avant propos

Ce livret permet de réviser les automatismes sur lesquels tu seras interrogé à chaque début de séance. Monsieur Martin donnera toujours la page (ou les pages) à consulter pour la prochaine séance.

Ce document vient compléter les activités réalisées en classe et ne vient pas s'en substituer. Il ne s'agit pas non plus d'une leçon au sens rigoureux du terme. Pour l'utiliser correctement, il faut se concentrer sur une partie ou sous-partie, comprendre puis s'entraîner pour vérifier cette compréhension.

Enfin, la meilleure personne pour t'aider reste ton enseignant de mathématiques.

Pour compléter ce document, tu peux également consulter les leçons, exercices (avec correction) et vidéos explicatives sur ce site ou en flashant le QR Code ci-dessous.



Table des matières

1	Nombres et calculs	4
1.1	Opérations	4
1.2	Nombres rationnels	7
1.3	Calcul littéral et algébrique	12
2	Espace et géométrie	13
2.1	Représentation des solides	13
2.2	Symétrie axiale	14
2.3	Les angles	17
2.4	Les triangles	18
2.5	Les polygones particuliers	19
3	Organisation et gestion de données, probabilités	21
3.1	Probabilités	21
4	Proportionnalité, fonctions	22
4.1	Proportionnalité	22
5	Algorithme et programmation	24

1 Nombres et calculs

1.1 Opérations

Critère de divisibilité par 2

Un nombre est divisible par 2 si son chiffre des unités est 0 ou 2 ou 4 ou 6 ou 8.

Exemples

- 6 788 est divisible par 2 puisque son chiffre des unités est 8.
- 226 est divisible par 2 puisque son chiffre des unités est 6.
- 2 087 n'est pas divisible par 2 puisque son chiffre des unités n'est ni 0 ni 2 ni 4 ni 6 ni 8.

Critère de divisibilité par 5

Un nombre est divisible par 5 si son chiffre des unités est 0 ou 5.

Exemples

- 6 785 est divisible par 5 puisque son chiffre des unités est 5.
- 890 est divisible par 5 puisque son chiffre des unités est 0.
- 2 087 n'est pas divisible par 5 puisque son chiffre des unités n'est ni 0 ni 5.

Critère de divisibilité par 10

Un nombre est divisible par 10 si son chiffre des unités est 0.

Exemples

- 6 788 n'est pas divisible par 10 puisque son chiffre des unités n'est pas 0.
- 550 est divisible par 10 puisque son chiffre des unités est 0.

Effectuer une division euclidienne

Quand on effectue la division euclidienne d'un nombre entier par un autre, on cherche le quotient et le reste dans cette division euclidienne.

Exemples

On effectue la division euclidienne de 173 par 4.

$$\begin{array}{r|l} 173 & 4 \\ -16 & 43 \\ \hline 13 & \\ -12 & \\ \hline 1 & \end{array}$$

Ainsi, $173 = 43 \times 4 + 1$. Le quotient est 43 et le reste est égal à 1. Puisque le reste n'est pas égal à zéro, cela signifie que 173 n'est pas divisible par 4.

On effectue la division euclidienne de 567 par 9.

$$\begin{array}{r|l} 567 & 9 \\ -54 & 63 \\ \hline 27 & \\ -27 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

Ainsi, $567 = 63 \times 9 + 0$. Le quotient est 63 et le reste est égal à 0. Puisque le reste est égal à zéro, cela signifie que 567 est divisible par 9.

Les tables de multiplication

×	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	33	36
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	44	48
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60	66	72
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70	77	84
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80	88	96
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90	99	108
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120
11	11	22	33	44	55	66	77	88	99	110	121	132
12	12	24	36	48	60	72	84	96	108	120	132	144

Remarque

À l'aide des tables de multiplication, on peut effectuer plusieurs opérations.

Exemples

Dans les tables de multiplication, il y a $3 \times 7 = 21$ (mais aussi $7 \times 3 = 21$).

Ainsi, $21 \div 7 = 3$ ou encore $21 \div 3 = 7$.

De même, puisque $5 \times 6 = 30$ (et que $6 \times 5 = 30$) alors on peut dire que $30 \div 5 = 6$ ou encore $30 \div 6 = 5$.

Multiplication et division par 10 ou 100 ou 1 000

Quand on multiplie/divise un nombre par 10, chaque chiffre de ce nombre voit son rang augmenter/diminuer de 1.

Quand on multiplie/divise un nombre par 100, chaque chiffre de ce nombre voit son rang augmenter/diminuer de 2.

Quand on multiplie/divise un nombre par 1 000, chaque chiffre de ce nombre voit son rang augmenter/diminuer de 3.

Exemple

- On souhaite effectuer le calcul $25,384 \times 100$.

Partie entière						Partie décimale		
Classe des milliers			Classe des unités					
centaine	dizaine	unité	centaine	dizaine	unité	dixième	centième	millième
				2	5	3	8	4

Puisqu'on multiplie par 100, les rangs de chaque chiffre de 25,384 augmentent de 2.

Partie entière						Partie décimale		
Classe des milliers			Classe des unités					
centaine	dizaine	unité	centaine	dizaine	unité	dixième	centième	millième
		2	5	3	8	4		

Ainsi : $25,384 \times 100 = 2\,538,4$.

- On souhaite effectuer le calcul $3,5 \div 10$.

Puisqu'on divise par 10, les rangs de chaque chiffre de 3,5 diminuent de 1. (On peut les placer dans le précédent tableau.)

Ainsi : $3,5 \div 10 = 0,35$.

Multiplication de décimaux

Il est possible d'effectuer mentalement certaines multiplications de décimaux.

Exemples

- On souhaite effectuer l'opération $0,6 \times 7$.

→ $6 \times 7 = 42$

→ Mais nous avons 0,6 et non 6 (qui est dix fois plus petit).

On divise donc le précédent résultat par 10 : $42 \div 10 = 4,2$.

- On souhaite effectuer l'opération $40 \times 0,03$.

→ $4 \times 3 = 12$

→ Mais nous avons 40 et non 4 (10 fois plus grand) : il faut multiplier par 10.

$12 \times 10 = 120$

→ Mais nous avons 0,03 et non 3 (100 fois plus petit). Il faut donc diviser par 100.

$120 \div 100 = 1,20$.

Additionner ou soustraire des décimaux

Pour additionner et soustraire des décimaux, il faut bien aligner les virgules au moment de poser l'opération.

Exemples

$$\begin{array}{r} \textcolor{red}{1} \\ 2,7 \\ + 1,4 \\ \hline 4,1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3,4 \\ - 0,8 \\ \hline 2,6 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \textcolor{red}{1} \\ 35,2 \\ + 08,7 \\ \hline 43,9 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 43,04 \\ - 09,20 \\ \hline 33,84 \end{array}$$

Opérations à trous

- L'opération à trous $2 + \dots = 7$ revient à effectuer l'opération $7 - 2$ dont le résultat est 5.
- L'opération à trous $7 \times \dots = 42$ revient à poser l'opération $42 \div 7$ dont le résultat est 6.

1.2 Nombres rationnels

Lien entre écriture décimale et fractionnaire

$$\frac{1}{2} = 0,5$$

$$\frac{2}{2} = 1$$

$$\frac{3}{2} = 1,5$$

$$\frac{4}{2} = 2$$

$$\frac{5}{2} = 2,5$$

$$\frac{1}{4} = 0,25$$

$$\frac{2}{4} = 0,5$$

$$\frac{3}{4} = 0,75$$

$$\frac{4}{4} = 1$$

$$\frac{5}{4} = 1,25$$

$$\frac{1}{10} = 0,1$$

$$\frac{2}{10} = 0,2$$

$$\frac{3}{10} = 0,3$$

$$\frac{42}{10} = 4,2$$

$$\frac{109}{10} = 10,9$$

$$\frac{1}{100} = 0,01$$

$$\frac{3}{100} = 0,03$$

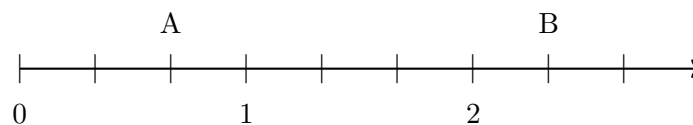
$$\frac{42}{100} = 0,42$$

$$\frac{109}{100} = 1,09$$

$$\frac{356}{100} = 3,56$$

Droite graduée en tiers

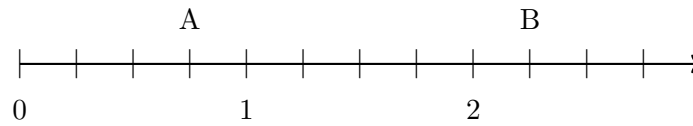
Lorsque l'unité d'une droite graduée est partagée en trois parts égales, on dit qu'elle est partagée en tiers. Ainsi, une graduation correspond à la fraction $\frac{1}{3}$.



L'abscisse du point A est $\frac{2}{3}$. On note alors A $\left(\frac{2}{3}\right)$. Celle du point B est $\frac{7}{3}$. On note B $\left(\frac{7}{3}\right)$.

Droite graduée en quart

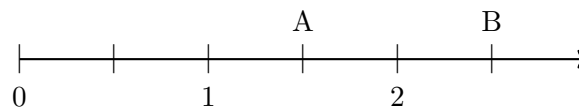
Lorsque l'unité d'une droite graduée est partagée en quatre parts égales, on dit qu'elle est partagée en quarts. Ainsi, une graduation correspond à la fraction $\frac{1}{4}$.



L'abscisse du point A est $\frac{3}{4}$. On note alors $A\left(\frac{3}{4}\right)$. Celle du point B est $\frac{9}{4}$. On note $B\left(\frac{9}{4}\right)$.

Droite graduée en demi

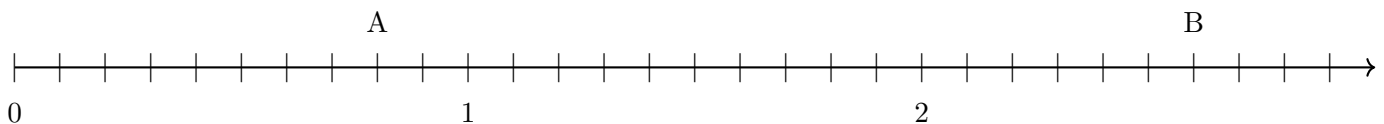
Lorsque l'unité d'une droite graduée est partagée en deux parts égales, on dit qu'elle est partagée en demi. Ainsi, une graduation correspond à la fraction $\frac{1}{2}$.



L'abscisse du point A est $\frac{3}{2}$. On note alors $A\left(\frac{3}{2}\right)$. Celle du point B est $\frac{5}{2}$. On note $B\left(\frac{5}{2}\right)$.

Droite graduée en dixièmes

Lorsque l'unité d'une droite graduée est partagée en dix parts égales, on dit qu'elle est partagée en dixièmes. Ainsi, une graduation correspond à la fraction $\frac{1}{10}$.



L'abscisse du point A est $\frac{8}{10}$. On note alors $A\left(\frac{8}{10}\right)$. Celle du point B est $\frac{26}{10}$. On note $B\left(\frac{26}{10}\right)$.

Fractions égales

La valeur d'un quotient ne change pas si quand on multiplie le numérateur et le dénominateur par un même nombre différent de 0.

Exemples

- La fraction $\frac{2}{3}$ est égale à $\frac{10}{15}$. En effet : $\frac{2}{3} = \frac{2 \times 5}{3 \times 5} = \frac{10}{15}$.
- De même, $\frac{7}{4} = \frac{7 \times 3}{4 \times 3} = \frac{21}{12}$.

Comparer des fractions

- Les deux fractions ont le même dénominateur

On souhaite comparer les fractions $\frac{2}{10}$ et $\frac{7}{10}$. Elles ont le même dénominateur : 10. La plus grande est celle qui a le plus grand numérateur. On écrit donc $\frac{2}{10} < \frac{7}{10}$.

- Les deux fractions ont le même numérateur

On souhaite comparer les fractions $\frac{5}{6}$ et $\frac{5}{8}$. Elles ont le même numérateur : 5. La plus grande est celle qui a le plus petit dénominateur. On écrit donc $\frac{5}{6} > \frac{5}{8}$.

- Les deux fractions ont des dénominateurs multiples

On souhaite comparer les fractions $\frac{2}{3}$ et $\frac{11}{12}$. Elles n'ont pas le même dénominateur/numérateur. Mais il est possible de faire en sorte que si.

En effet, 12 est un multiple de 3. On va donc modifier l'écriture de la fraction $\frac{2}{3}$ pour écrire une fraction qui lui soit égale mais avec un dénominateur égal à 12.

$$\frac{2}{3} = \frac{2 \times 4}{3 \times 4} = \frac{8}{12}. \text{ Puis } \frac{8}{12} < \frac{11}{12} \text{ donc } \frac{2}{3} < \frac{11}{12}.$$

- Les deux fractions n'ont pas des dénominateurs multiples

On souhaite comparer $\frac{6}{7}$ et $\frac{8}{9}$. Voici la méthode à employer :

$$\frac{6 \times 9}{7 \times 9} = \frac{54}{63} \quad \text{et} \quad \frac{8 \times 7}{9 \times 7} = \frac{56}{63}. \quad \text{Puis } \frac{54}{63} < \frac{56}{63} \text{ donc } \frac{6}{7} < \frac{8}{9}.$$

Un même nombre, des écritures différentes

Un même nombre peut parfois s'écrire sous différentes formes. Voici quelques exemples :

- $1,4 = \frac{14}{10} = \frac{7}{5} = 1 + \frac{2}{5} = 140\% = \frac{140}{100}$
- $2,3 = \frac{23}{10} = 2 + \frac{3}{10} = 230\% = \frac{230}{100}$
- $0,8 = \frac{8}{10} = \frac{4}{5} = 80\% = \frac{80}{100}$

Additionner et soustraire des fractions

- Les deux fractions ont le même dénominateur

$$\begin{aligned} & \bullet \quad \frac{2}{5} + \frac{4}{5} \\ & = \frac{2+4}{5} \\ & = \frac{6}{5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \bullet \quad \frac{11}{3} - \frac{7}{3} \\ & = \frac{11-7}{3} \\ & = \frac{4}{3} \end{aligned}$$

- Les deux fractions n'ont pas le même dénominateur

$$\begin{aligned} & \bullet \quad \frac{5}{3} + \frac{2}{7} \\ & = \frac{5 \times 7}{3 \times 7} + \frac{2 \times 3}{7 \times 3} \\ & = \frac{35}{21} + \frac{6}{21} \\ & = \frac{35+6}{21} \\ & = \frac{41}{21} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \bullet \quad \frac{7}{4} - \frac{2}{3} \\ & = \frac{7 \times 3}{4 \times 3} - \frac{2 \times 4}{3 \times 4} \\ & = \frac{21}{12} - \frac{8}{12} \\ & = \frac{21-8}{12} \\ & = \frac{13}{12} \end{aligned}$$

Prendre la fraction d'une quantité

- Prendre le tiers d'une quantité

On souhaite prendre le tiers de 18€. Prendre le tiers d'une quantité revient à diviser cette quantité par 3.
Ainsi : $18 \div 3 = 6$. Donc le tiers de 18€ est égal à 6€.

- Prendre le quart d'une quantité

On souhaite prendre le quart de 12 kg. Prendre le quart d'une quantité revient à diviser cette quantité par 4.
Ainsi : $12 \div 4 = 3$. Donc le quart de 12 kg est égal à 3 kg.

Décomposer une fraction

- On souhaite décomposer $\frac{22}{4}$ sous la forme d'une somme entre un entier et une fraction de dénominateur inférieur à 1.

On peut s'aider d'une division euclidienne :

$$\begin{array}{r} 22 \\ - 20 \\ \hline 2 \end{array} \quad \begin{array}{l} 4 \\ 5 \end{array}$$

Ainsi, $22 = 4 \times 5 + 2$.

Grâce à cela, on peut maintenant écrire :

$$\frac{22}{4} = 5 + \frac{2}{4}.$$

- On souhaite décomposer $\frac{78}{5}$ sous la forme d'une somme entre un entier et une fraction de dénominateur inférieur à 1.

On peut s'aider d'une division euclidienne :

$$\begin{array}{r} 78 \\ - 50 \\ \hline 28 \\ - 25 \\ \hline 3 \end{array} \quad \begin{array}{l} 5 \\ 15 \end{array}$$

Ainsi, $78 = 5 \times 15 + 3$. Grâce à cela, on peut maintenant écrire :

$$\frac{78}{5} = 15 + \frac{3}{5}.$$

Prendre 1% d'une quantité

Prendre 1% d'une quantité revient à la diviser par 100.

Exemples

- 1% de 500 kg : $500 \div 100 = 5$. Ainsi, 1% de 500 kg est égal à 5 kg.
- 1% de 78,3 litres : $78,3 \div 100 = 0,783$. Ainsi, 1% de 78,3 litres est égal à 0,783 litre.

Prendre 10% d'une quantité

Prendre 10% d'une quantité revient à la diviser par 10.

Exemples

- 10% de 500 kg : $500 \div 10 = 50$. Ainsi, 10% de 500 kg est égal à 50 kg.
- 10% de 78,3 litres : $78,3 \div 10 = 7,83$. Ainsi, 10% de 78,3 litres est égal à 7,83 litres.

Prendre 50% d'une quantité

Prendre 50% d'une quantité revient à la diviser par 2 (prendre la moitié).

Exemples

- 50% de 500 kg : $500 \div 2 = 250$. Ainsi, 50% de 500 kg est égal à 250 kg.
- 50% de 24,6 litres : $24,6 \div 2 = 12,3$. Ainsi, 50% de 24,6 litres est égal à 12,3 litres.

Compléter une égalité à trous

$\frac{4,8}{5}$ est le quotient de 4,8 par 5.
C'est le nombre qui, multiplié par 5 est égal à 4,8. On a $\frac{4,8}{5} \times 5 = 4,8$.

On souhaite trouver le nombre qui permet de compléter l'égalité à trou : $6 \times \dots = 5$.

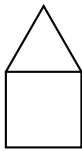
La réponse n'est pas un nombre entier ni un nombre décimal. La seule valeur possible est la fraction $\frac{5}{6}$.

Ainsi $6 \times \frac{5}{6} = 5$.

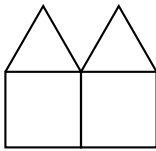
1.3 Calcul littéral et algébrique

Identifier la structure d'un motif

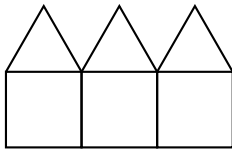
On fabrique des petites maisons avec des bâtons, comme indiqué sur le dessin ci-dessous :



Étape 1



Étape 2



Étape 3

On souhaite connaître le nombre de bâtons nécessaire pour réaliser 4 maisons puis 20 maisons.
Pour 4 maison, il suffit d'ajouter 5 bâtons à l'étape 3. Cela donne donc 21 bâtons. On peut s'aider d'un tableau pour deviner la suite :

Nombre de maisons	Nombre de bâtons
1	6
2	$6 + 5$ (bâtons supplémentaires) = 11 ($6 + 1 \times 5$)
3	$11 + 5$ (bâtons supplémentaires) = 16 ($6 + 2 \times 5$)
4	$16 + 5$ (bâtons supplémentaires) = 21 ($6 + 3 \times 5$)
...	...
20	$(6 + 19 \times 5) = 101$

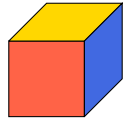
Il faudra donc 101 bâtons pour faire 20 maisons.

2 Espace et géométrie

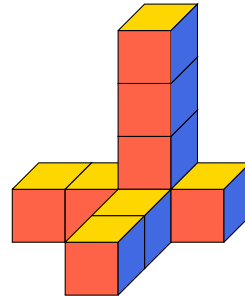
2.1 Représentation des solides

Reconnaître des vues d'empilements de cubes

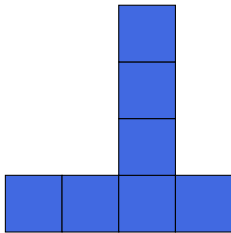
On considère un cube dont chaque face peut être soit rouge, soit jaune, soit verte ou bien bleue.



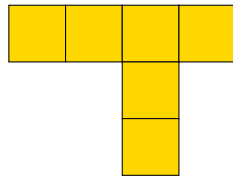
On assemble plusieurs de ces cubes afin d'obtenir la construction ci-contre.



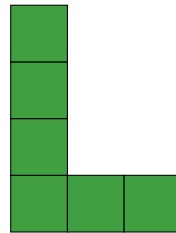
On obtient ainsi les différentes vues de cet assemblage de cubes :



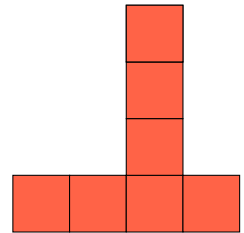
Vue de droite



Vue de dessus



Vue de gauche



Vue de face

Il est possible de dénombrer le nombre de cubes dans un assemblage.
Dans l'assemblage ci-dessus, on compte 9 cubes.

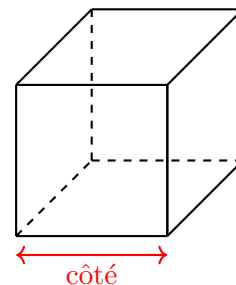
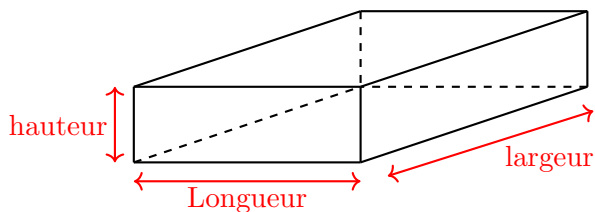
Reconnaître les solides

Un **pavé** droit est un polyèdre possédant 6 faces rectangulaires.

Quand toutes les faces de ce pavé droit sont des carrés, on obtient alors un **cube**.

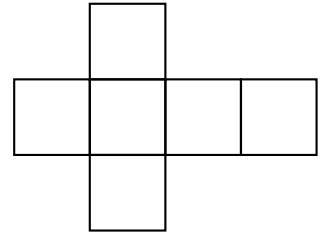
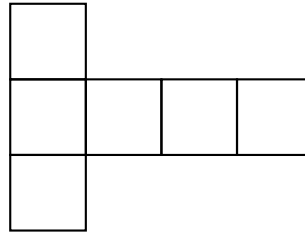
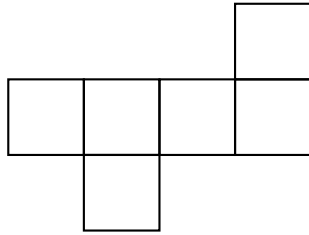
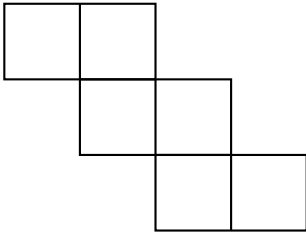
Les différentes dimensions d'un pavé droit sont appelées **longueur**, **largeur** et **hauteur**.

Pour un cube, on parlera de **côté**.



Patron d'un cube

Les figures ci-dessous sont des exemples de patrons d'un cube.



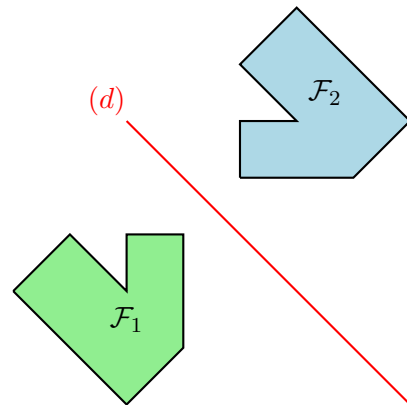
2.2 Symétrie axiale

Reconnaître la symétrie axiale

On dit que deux figures sont **symétriques par rapport à une droite** (ou par rapport à un axe) quand, en pliant le long de cette droite, les deux figures se superposent.

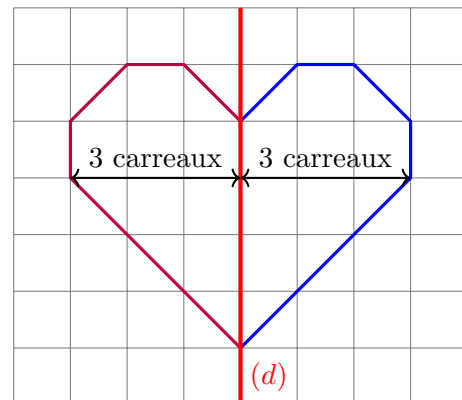
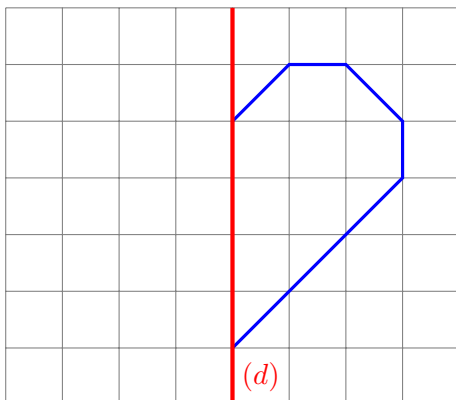
Sur la figure ci-contre, les figures $\mathcal{F}_1$ et $\mathcal{F}_2$ sont symétriques par rapport à la droite (d) .

Si on plie selon la droite, les deux figures vont se superposer.



Construire le symétrique d'une figure par rapport à une droite (quadrillage)

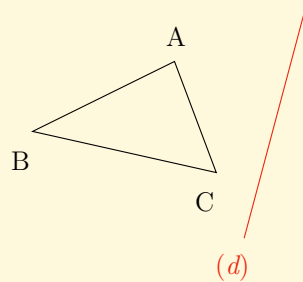
Pour reproduire le symétrique d'une figure par rapport à une droite sur un quadrillage, on compte le nombre de carreaux entre un point et l'axe de symétrie. On reporte alors cette distance de l'autre côté de l'axe de symétrie.



Construire le symétrique d'une figure par rapport à une droite (feuille blanche)

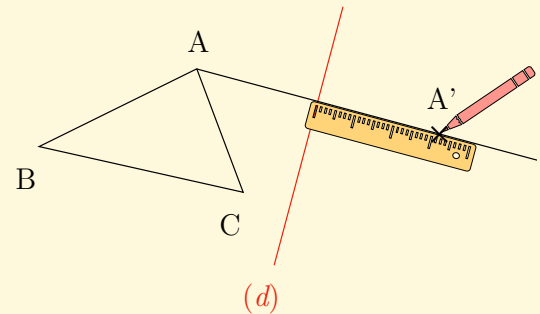
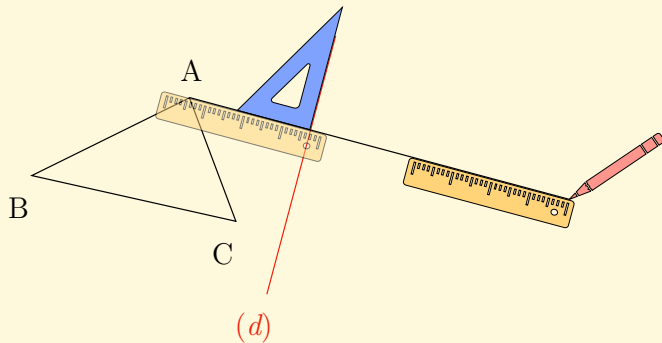
..... Avec l'équerre

On souhaite tracer le symétrique du triangle ABC par rapport à la droite (d) .

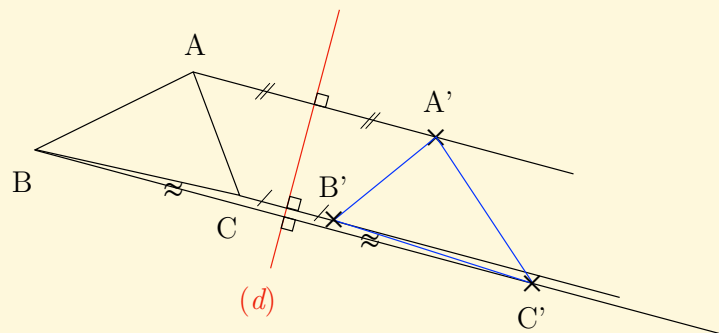


Étape n°1 A l'aide de l'équerre et de la règle, on trace la perpendiculaire à (d) passant par A.

Étape n°2 On reporte la distance entre A et (d) de l'autre côté de la droite (d) . On note alors le symétrique de A par rapport à (d) A' .



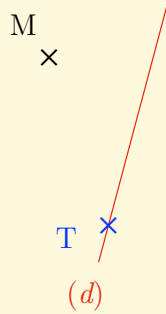
Étape n°3 On fait la même chose pour les points B et C. On peut ensuite relier les points A' , B' et C' .



Construire le symétrique d'une figure par rapport à une droite (feuille blanche)

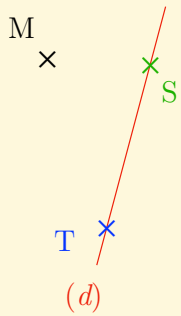
Avec le compas

On souhaite construire le symétrique du point M par rapport à la droite (d).



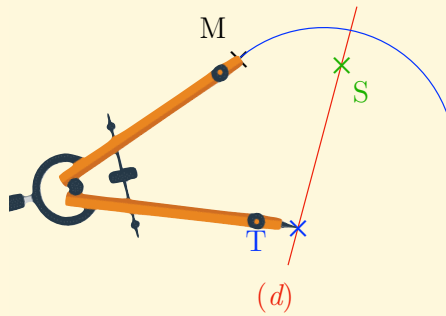
Étape n°1

On place deux points S et T sur la droite (d).



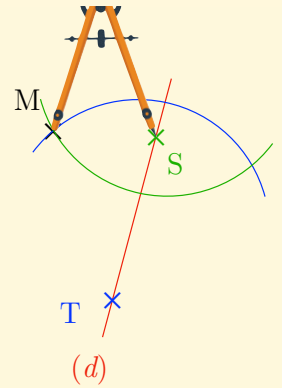
Étape n°2

On place la pointe du compas sur T.
On trace un arc de cercle de centre T et de rayon **AT**.

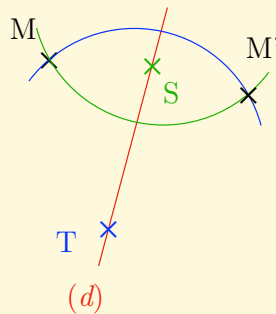


Étape n°3

On place la pointe du compas sur S.
On trace un arc de cercle de centre S et de rayon **AS**.



Étape n°4 L'autre point d'intersection des deux arcs de cercle est le symétrique de M par rapport à (d).
On peut le noter M'.



2.3 Les angles

Les angles particuliers

- Un angle **plein** est un angle dont la mesure est égal à 360° .
- Un angle **nul** est un angle dont la mesure est égal à 0° .
- Un angle **droit** est un angle dont la mesure est égal à 90° .
- Un angle **aigu** est un angle dont la mesure est comprise entre 0° et 90° .
- Un angle **obtus** est un angle dont la mesure est comprise entre 90° et 180° .

Les angles particuliers - Partie 2

Définition : angles opposés par le sommet

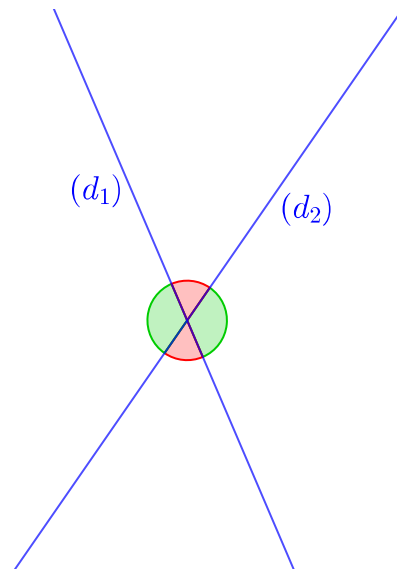
Deux droites sécantes définissent deux angles **opposés par le sommet**.

Propriété

Deux angles opposés par le sommet sont de même mesure.

Exemples

Ci-contre, les deux droites (d_1) et (d_2) sont sécantes. Les angles rouges sont donc opposés par le sommet et sont donc de même mesure. C'est également le cas pour les deux angles verts.



Définitions : angles adjacents

Deux angles sont **adjacents** s'ils ont un sommet en commun et un côté en commun.

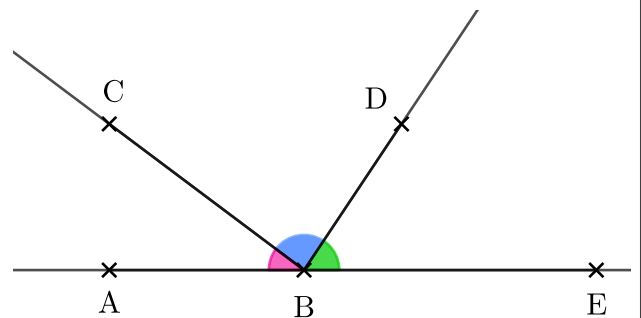
Définitions : angles supplémentaires

Deux angles sont **supplémentaires** si la somme de leur mesure est égale à 180° .

Exemples

Les angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{CBD}$ sont adjacents mais pas les angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{BDE}$.

Les angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{CBE}$ sont supplémentaires puisqu'ils forment un angle plat.



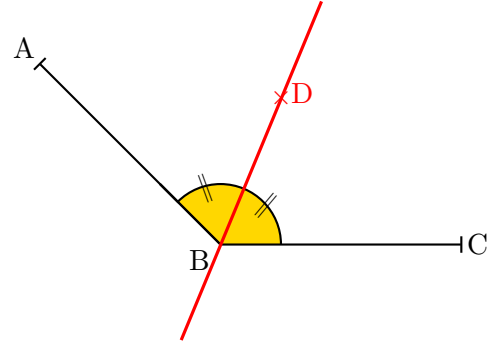
La bissectrice

La **bissectrice** d'un angle saillant (un angle dont la mesure est comprise entre 0° et 180°) est la droite qui coupe l'angle en deux angles de même mesure.

On considère l'angle $\widehat{CBA}$ dont la mesure est de 135° .

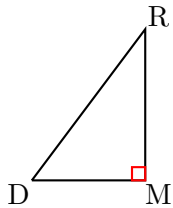
La droite (BD) est la bissectrice de l'angle $\widehat{CBA}$.

Ainsi, $\widehat{ABD} = \widehat{DBC} = 135 \div 2 = 67,5$.

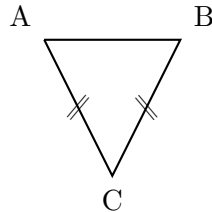


2.4 Les triangles

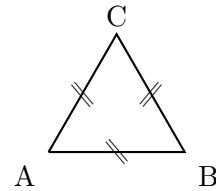
Les triangles particuliers



Un triangle qui possède un angle droit est un **triangle rectangle**.



Un triangle qui possède deux côtés de la même longueur est un **triangle isocèle**.



Un triangle qui possède trois côtés de la même longueur est un **triangle équilatéral**.

Somme des mesures d'angle dans un triangle

Dans un triangle, la somme des mesures des trois angles est égale à 180° .

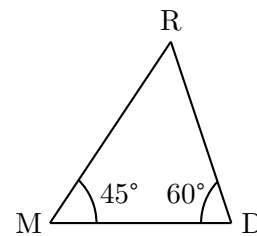
On considère le triangle MDR ci-contre.

On souhaite déterminer la mesure de l'angle $\widehat{MRD}$.

La somme des angles d'un triangle est égale à 180° .

$$\widehat{MRD} = 180 - 45 - 60 = 75$$

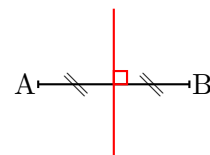
La mesure de l'angle $\widehat{MRD}$ est donc de 75° .



Médiatrice d'un segment

Soit A et B deux points distincts.

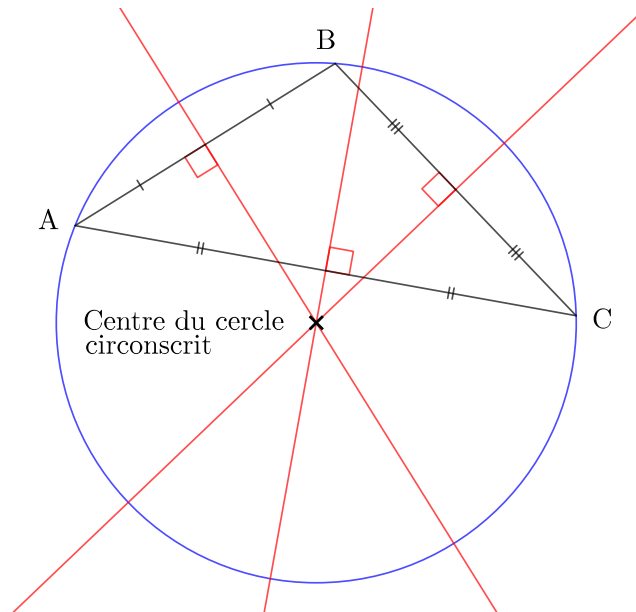
On appelle **médiatrice** du segment $[AB]$ la droite qui est perpendiculaire à $[AB]$ et qui passe par le milieu de $[AB]$.



Cercle circonscrit

Les trois médiatrices d'un triangle sont concourantes (elles se « coupent » au même endroit).

Le point d'intersection des trois médiatrices d'un triangle est le centre d'un cercle qui passe par les trois sommets du triangle. C'est ce qu'on appelle le **cercle circonscrit** au triangle.

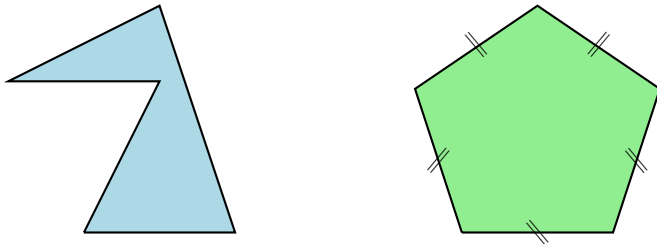


2.5 Les polygones particuliers

Pentagone

Un **pentagone** est un polygone possédant 5 côtés.

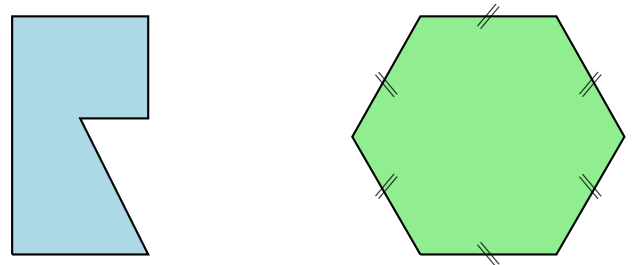
Un **pentagone régulier** est un polygone possédant 5 côtés de même longueur.



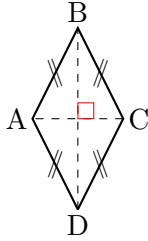
Hexagone

Un **hexagone** est un polygone possédant 6 côtés.

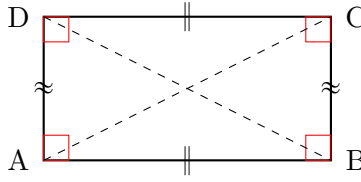
Un **hexagone régulier** est un polygone possédant 6 côtés de même longueur.



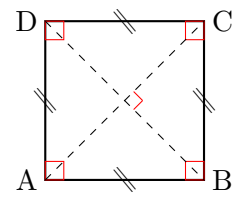
Losange, rectangle et carré



Un **losange** est un quadrilatère possédant 4 côtés de même longueur. Ses diagonales sont perpendiculaires.



Un **rectangle** est un quadrilatère ayant 4 angles droits. Ses diagonales sont de même longueur.

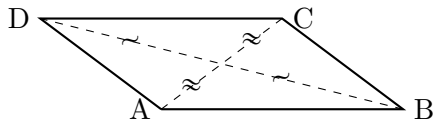


Un **carré** est un quadrilatère ayant 4 côtés de même longueur et 4 angles droits. Ses diagonales sont de même longueur et perpendiculaires.

Parallélogramme

Un **parallélogramme** est un quadrilatère dont les côtés opposés sont parallèles. Grâce à ses propriétés, il est possible de reconnaître un parallélogramme en utilisant les codages d'une figure.

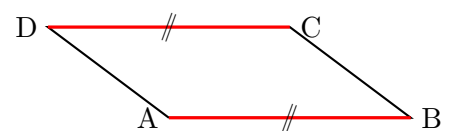
Exemples



Les deux diagonales de ABCD se coupent en leur milieu alors ABCD est un parallélogramme.



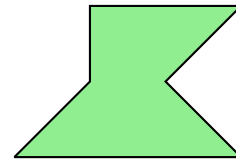
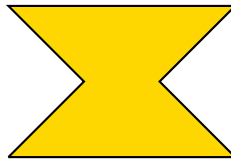
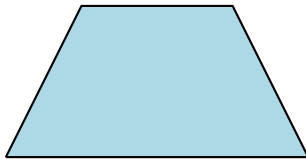
$AB = DC$ et $AD = CB$ alors ABCD est un parallélogramme.



(DC) et (AB) sont parallèles et $DC = AB$ alors ABCD est un parallélogramme.

Trapèze

Un **trapèze** est un quadrilatère qui possède deux côtés parallèles. Les trois figures ci-dessous sont des trapèzes.

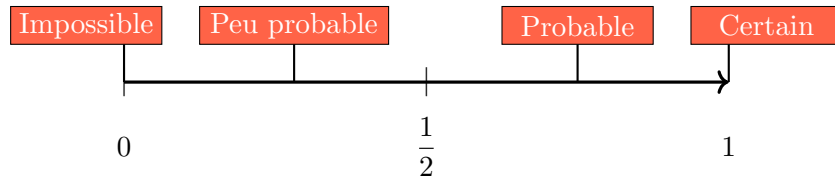


3 Organisation et gestion de données, probabilités

3.1 Probabilités

Positionner sur une échelle de probabilités

On peut positionner un évènement sur l'échelle de probabilité suivante :



Exemples

- Obtenir le 8 quand on lance un dé à six faces est un évènement impossible.
- Obtenir face quand on lance une pièce de monnaie est un évènement probable.
- Obtenir 10 fois de suite la face 5 en lançant un dé à six faces est un évènement peu probable.

Déterminer une probabilité

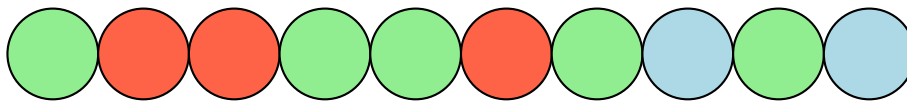
Quand on lance un dé non truqué, on a une chance sur six de tomber sur le numéro 4.

On dit alors que la probabilité d'obtenir le 4 est de $\frac{1}{6}$.

Une probabilité peut s'exprimer sous la forme d'une fraction, d'un nombre décimal ou bien d'un pourcentage.

Exemples

On dispose d'une urne dans laquelle il y a les boules suivantes :



On pioche une boule au hasard de cette urne.

- La probabilité de piocher une boule verte est de $\frac{5}{10}$ soit 0,5 ou encore 50%.
- La probabilité de piocher une boule rouge est de $\frac{3}{10}$ soit 0,3 ou encore 30%.
- La probabilité de piocher une boule bleu est de $\frac{2}{10}$ soit 0,2 ou encore 20%.

4 Proportionnalité, fonctions

4.1 Proportionnalité

Utiliser un tableau de proportionnalité

Dans un magasin, 6 t-shirts identiques sont vendus 66€. Quel est le prix à payer pour 12 de ces t-shirts ?

			$\times 2$	
			$\downarrow$	
$\times 11$		Nombre de t-shirts	6	12
		Prix (en €)	66	132
			$\uparrow$	
			$\times 2$	
				$\times 11$

- On reprend l'exemple des t-shirt. On souhaite connaître le prix à payer pour 15 t-shirts achetés.

$\times 11$		Nombre de t-shirts	6	12	15	
		Prix (en €)	66	132	?	$\times 11$

Pour passer des valeurs de la première ligne à la seconde, il faut multiplier par 11.
Ainsi, $15 \times 11 = 165$. Si on achète 15 t-shirts, on va donc payer 165€.

- Jean-Kevin a acheté plusieurs de ces t-shirts et a payé 264€. Combien de t-shirts a-t-il acheté ?

$\div 11$		Nombre de t-shirts	6	12	?	
		Prix (en €)	66	132	264	$\div 11$

Pour passer des valeurs de la deuxième ligne à celles de la première, il faut diviser par 11.
Ainsi, $264 \div 11 = 24$. Jean-Kevin a donc acheté 24 t-shirts.

- Jean-Kevin a acheté 18 t-shirts. Quel prix a-t-il payé ?

Nombre de t-shirts	6	12	18
Prix (en €)	66	132	?

$$6 + 12 = 18$$

On va donc additionner 66 et 132 pour connaître le prix payé par Jean-Kevin : $66 + 132 = 198$.
Jean-Kevin a payé 198€.

Reconnaître une situation de proportionnalité

Pour reconnaître une situation de proportionnalité, on peut s'aider d'un tableau et vérifier si les propriétés de la proportionnalité s'appliquent.

Dans un magasin, 6 t-shirts coûtent 66€ et 12 de ces mêmes t-shirts coûtent 132€.
Est-ce que le prix payé est proportionnel au nombre de t-shirts achetés ?

Méthode n°1 Passage à l'unité.

Trouvons le prix d'un seul t-shirt. Pour cela, on divise le nombre de t-shirt par le prix correspondant.

$66 \div 6 = 11$. Pour cette première opération, un t-shirt coûte 11€.

$132 \div 12 = 11$. Pour cette deuxième opération, un t-shirt coûte 11€.

Puisque l'on obtient les mêmes résultats, le prix des t-shirts est proportionnel au nombre de t-shirt acheté.

Dans un magasin, 6 t-shirts coûtent 66€ et 12 de ces mêmes t-shirts coûtent 132€.

Est-ce que le prix payé est proportionnel au nombre de t-shirts achetés ?

Méthode n°2 A l'aide d'un tableau.

		$\times 2$	
$\times 11$	Nombre de t-shirts	6	12
	Prix (en €)	66	132
		$\times 2$	
			$\times 11$

Pour passer des valeurs de la première ligne à la deuxième, il faut **multiplier par 11**. Nous avons donc un tableau de proportionnalité ce qui signifie que le prix des t-shirts est proportionnel au nombre de t-shirt acheté.

Pour passer de la deuxième colonne à la troisième, il faut **multiplier par 2**. Nous avons donc un tableau de proportionnalité ce qui signifie que le prix des t-shirts est proportionnel au nombre de t-shirt acheté.

Utiliser les propriétés de la proportionnalité

Quand deux grandeurs sont proportionnelles, si on multiplie ou si on divise les valeurs de l'une par un nombre différent de 0 alors les valeurs de l'autre grandeur seront aussi multipliées ou divisées par ce même nombre.

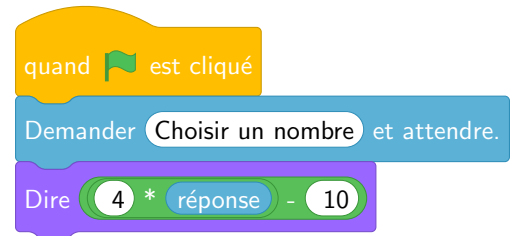
- Jean-Kevin trouve une recette de crêpes pour 4 personnes. Dans celle-ci, il est demandé d'utiliser 250 g de farine.
Il souhaite adapter cette recette pour 12 personnes.
Pour passer de 4 personnes à 12 personnes, on va multiplier par 3. Il faut donc faire de même pour la farine.
 $250 \text{ g} \times 3 = 750 \text{ g}$.
- Au marché, Jean-Kevin aperçoit une pancarte : 5 kg de cerises pour 20€. Il souhaite en prendre 2,5 kg.
Pour passer de 5 kg à 2,5 kg on doit diviser par 2.
Les deux grandeurs étant proportionnelles, on va donc aussi diviser le prix par 2.
Et $20€ \div 2 = 10€$.

5 Algorithmes et programmation

Programme de calcul

On considère le programme de calcul ci-dessous (version « classique » et le script Scratch associé).

Choisir un nombre.
Le multiplier par 4.
Enlever 10 au résultat.



Si on prend 6 comme nombre de départ : $6 \times 4 - 10 = 14$.

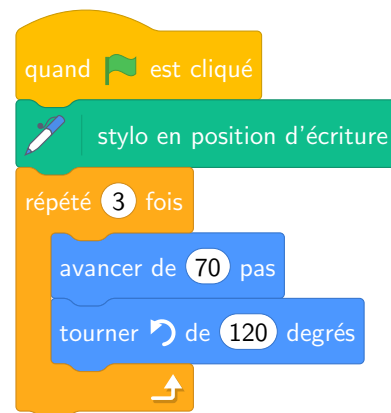
Si on note x le nombre choisi, l'expression littérale de ce programme est $4 \times x - 10$ ou plus simplement $4x - 10$.

Figures géométriques

Tracer un **carré** de côté 100 pixels.



Tracer un **triangle équilatéral** de côtés 70 pixels.

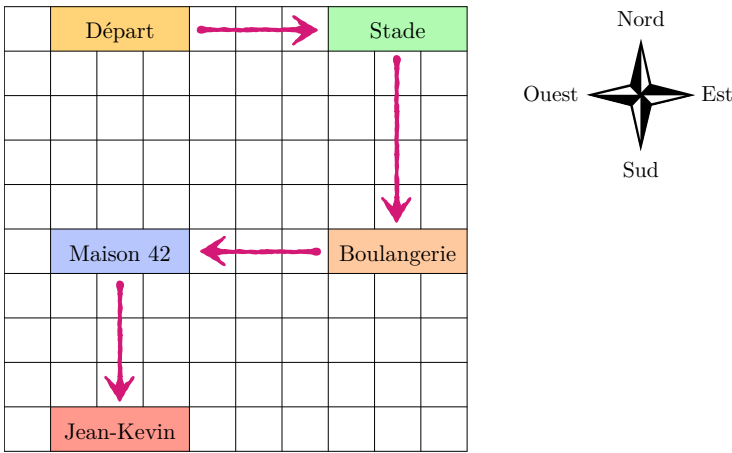


Tracer un **rectangle** de longueur 100 pixels et de largeur 75 pixels.



Se déplacer

On considère le schéma suivant où une personne doit se rendre chez Jean-Kevin à partir du Départ. Le chemin à emprunter est représenté par des flèches.



Voici les instructions à donner à cette personne :

Série d'instructions

→

S'orienter vers l'est.

→

Avancer de 3 carreaux.

→

Tourner vers le sud.

→

Avancer de 4 carreaux.

→

Tourner vers l'ouest.

→

Avancer de 3 carreaux.

→

Tourner vers le sud.

→

Avancer de 3 carreaux.

Voici le script correspondant (si un pas/pixel correspond à 1 carreau) :

quand  est cliqué

s'orienter à 90

avancer de 3 pas

tourner  de 90 degrés

avancer de 4 pas

tourner  de 90 degrés

avancer de 3 pas

tourner  de 90 degrés

avancer de 3 pas