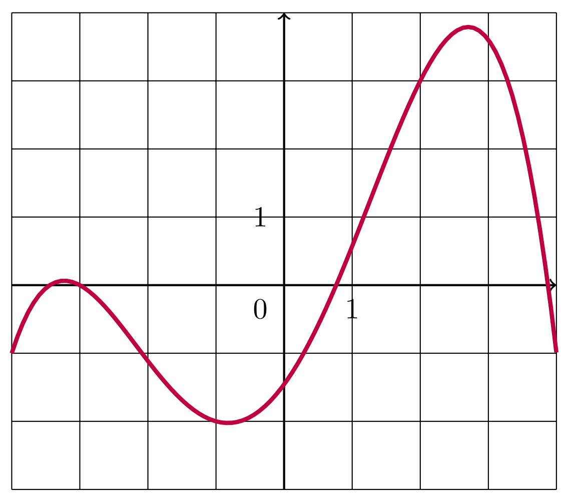
Généralités sur les fonctions

> Différents modes de représentation d'une fonction

Exercice n°1 Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ par $x \mapsto 3x + 1 - \dfrac{1}{x}$.

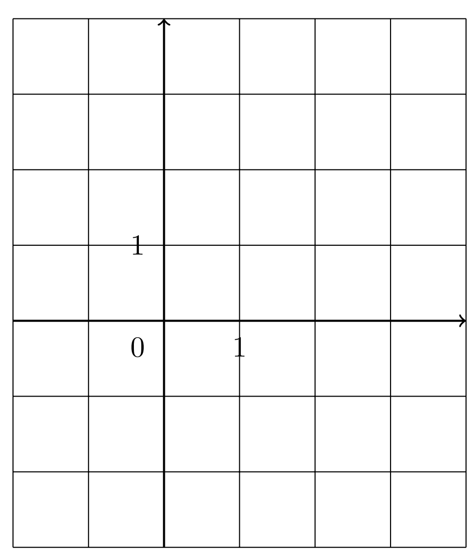
1. Calculer l'image de 4 par la fonction f.
2. Que faut $f(-1)$?

Exercice n°2 On considère la fonction g dont on donne la courbe représentative ci-dessous.



1. Quelle est l'image de 2 par la fonction g ?
2. Que vaut $g(-3)$?
3. Donner les antécédents de -1 par la fonction g.
4. Donner des valeurs approchées des antécédents de 0 par la fonction g.
5. Résoudre graphiquement l'équation $g(x) = 3$.
6. Résoudre graphiquement l'inéquation $g(x) > 3$.

Exercice n°3 Soient h_1 et h_2 les deux fonctions définies sur $\mathbb{R}$ par $h_1(t) = 2t - 1$ et $h_2(t) = -\dfrac{1}{2}t + 3$.



1. Calculer les images de 0 par ces deux fonctions.
2. Calculer $h_1(-1)$ et $h_2(-1)$.
3. De quel type de fonction s'agit-il ? Donner la valeur du coefficient directeur et de l'ordonnée à l'origine de ces deux fonctions.
4. Dans le repère ci-contre, représenter graphiquement ces deux fonctions.
5. Résoudre graphiquement l'équation $h_1(t) = h_2(t)$.
6. Vérifier le précédent résultat par la calcul.

Exercice n°4 Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $u \mapsto u^3 - 10u^2$.

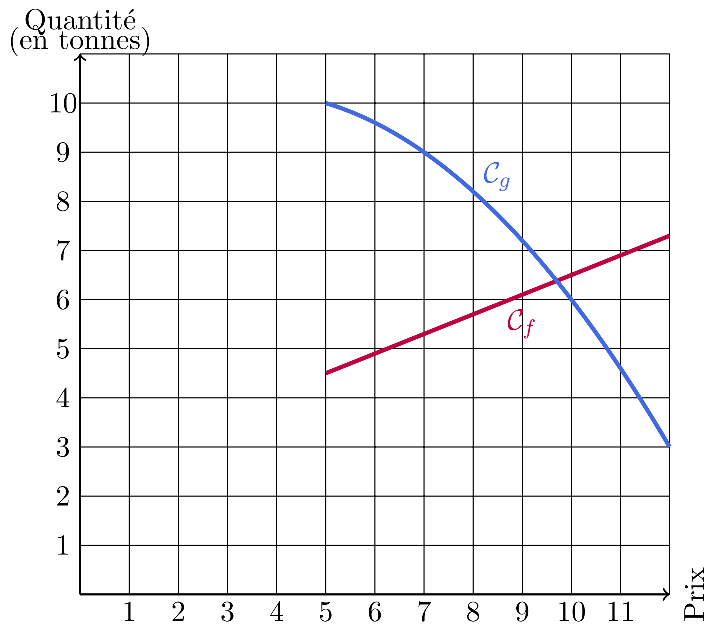
1. Calculer $f(-2)$ et $f(-3)$.
2. Est-ce que 0 est un antécédent de 10 par la fonction f ?
3. Est-ce que 10 est un antécédent de 0 par la fonction f ?

Exercice n°5

Dans la région de Jean-Kevin, on étudie l'offre et la demande de viande de mouton. Le prix de la viande varie entre 5€ le kg et 12€ le kg.

1. On considère la fonction $f : x \mapsto 0,4x + 2,5$ qui représente l'offre de viande, en tonnes. On considère la fonction $g : x \mapsto -0,1x^2 + 0,7x + 9$ qui modélise la quantité de viande demandée, en tonnes également. À chaque
   fois, x désigne le prix au kg de la viande.
   On dit que le marché est en équilibre quand les quantités offertes sont égales aux quantités demandées.

   Répondre à l'aide des représentations graphiques. Au prix de 9€ le kg, la demande est-elle satisfaisante ?
2. Pour une quantité offerte de 7 tonnes, lire le prix de l'offre.
   À ce prix, expliquer pourquoi la demande ne sera pas suffisante et qu'ainsi, il y aura du surplus.
3. Lire une valeur approchée du prix d'équilibre.



   On souhaite maintenant trouver la valeur, la plus précise possible de ce prix d'équilibre. Pour cela, on doit résoudre l'équation $f(x) = g(x)$ ou encore $f(x) - g(x) = 0$. On pose ainsi, pour tout réel x compris entre 5 et 12 la fonction h définie par $h(x) = f(x) - g(x)$.
   Exprimer $h(x)$ en fonction de x.
4. Le programme Python ci-dessous permet de trouver une approximation par balayage de la solution $h(x) = 0$.

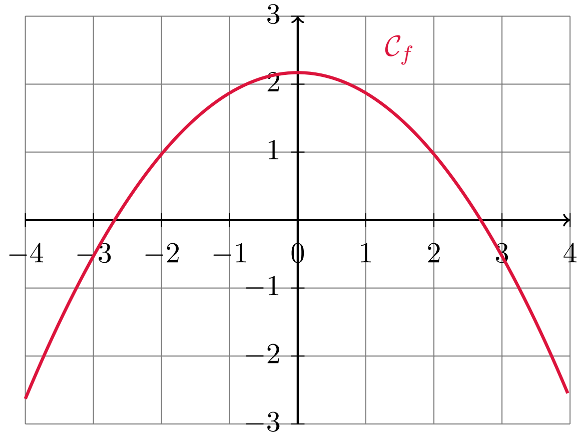
```
1 def h(x):
2     return ...
3 
4 def balayage():
5     x=...
6     while h(x)<0:
7         x=x+0.01
8     return x
9 balayage()
```

   Compléter les lignes 2 et 5 de ce programme.
5. Le tester et donner une valeur arrondie à 10^{-2} près du prix d'équilibre.
6. Calculer alors la quantité d'équilibre à 10 kg près.

> Résoudre graphiquement des équations et inéquations

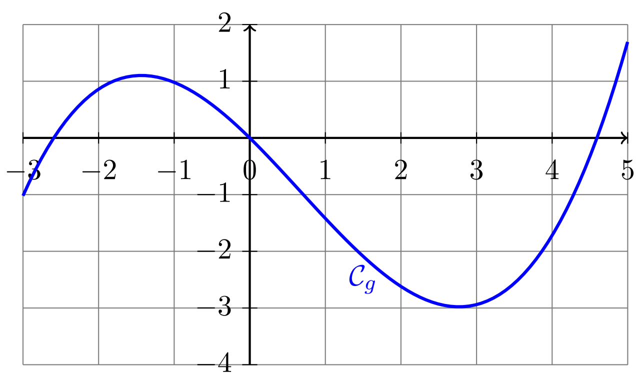
Exercice n°6

On considère une fonction f dont on donne la représentation graphique ci-contre.



1. Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = 1$.
2. Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = 0$.
3. Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) > 1$.
4. Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) \leqslant -1$.

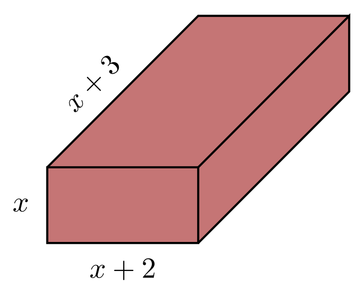
Exercice n°7



1. Résoudre graphiquement l'équation $g(x) = 0$.
2. Résoudre graphiquement l'équation $g(x) = -\dfrac{7}{2}$.
3. Résoudre graphiquement l'inéquation $g(x) \geqslant -2$.
4. Résoudre graphiquement l'inéquation $g(x) > 0$.

Exercice n°8

On considère une boîte de rangement, représentée ci-dessous où x est en cm.



1. Exprimer le volume $\mathcal{V}$ de cette boîte en fonction de x.
2. Calculer ce volume lorsque $x = 10$ cm.
3. Tracer la courbe représentative de $\mathcal{V}$ sur la calculatrice ou un logiciel de géométrie. À partir de quelle valeur de x a-t-on un volume dépassant les 40 cm^3 ?
4. Résoudre l'inéquation $\mathcal{V}(x) < 12$.

> Déterminer et utiliser le taux de variation d'une fonction

Exercice n°9

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $x \mapsto x^2 - 1$.

1. Déterminer le taux de variations de la fonction f entre 1 et 4.
2. Que peut-on en déduire concernant les variations de f sur $[1\,;\,4]$?

Exercice n°10 Soit g définie pour tout réel x par $x \mapsto 2x - 3$.

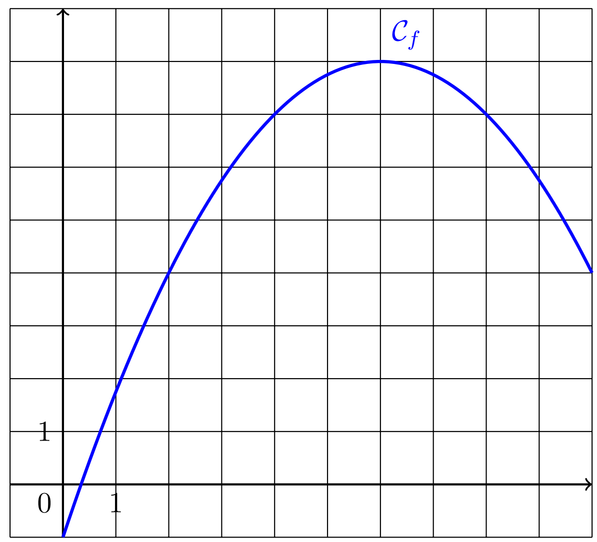
1. Rappeler la nature de la fonction g.
2. Calculer le taux de variation de la fonction g entre 0 et 6.
3. Conclure sur la monotonie de g sur $[0\,;\,6]$.
4. Soit f la fonction $x \mapsto ax + b$ où a et b sont des réels fixés. Exprimer le taux de variation de f entre deux réels distincts x_1 et x_2.
5. Conclure sur la monotonie de f sur $\mathbb{R}$ en fonction de a.

Exercice n°11 Soit f définie sur $]-2\,;\,+\infty[$ par $f(x) = \dfrac{-4}{x+2}$.

1. On considère deux réels distincts x_1 et x_2 de $]-2\,;\,+\infty[$. Exprimer le taux de variation de f entre x_1 et x_2.
2. Conclure sur la monotonie de f sur $]-2\,;\,+\infty[$.
3. Vérifier le résultat en traçant la courbe représentative de f sur la calculatrice ou un logiciel de géométrie.

Exercice n°12 On donne un morceau de la courbe $\mathcal{C}_{\{}$ représentative de $f : x \mapsto -\dfrac{1}{4}x^2 + 3x - 1$.

1. A est un point de $\mathcal{C}_f$ dont l'abscisse vaut 2. Calculer l'ordonnée de A.
2. B est un point de $\mathcal{C}_f$ dont l'abscisse vaut 4. Calculer l'ordonnée de B.
3. Tracer la droite (AB) sur la représentation graphique ci-contre.
4. Déterminer graphiquement le coefficient directeur de cette droite. Que peut-on en déduire concernant les variations de f sur $[2\,;\,4]$?
5. On considère C$(6\,;\,8)$ et D$(8\,;\,7)$. Montrer, par le calcul, que C et D appartiennent à $\mathcal{C}_f$.
6. Tracer (CD) sur le repère ci-contre. Pourquoi peut-on affirmer que f est strictement décroissante sur $[6\,;\,8]$?



Exercice n°13 On considère le programme Python ci-dessous.

```python
def f(x):
    return -4/(x+2)

def JeanKevin(a,b):
    Diff_Y=f(b)-f(a)
    Diff_X=b-a
    return Diff_Y/Diff_X
```

1. Donner l'expression littérale de la fonction f mise en jeu dans ce programme.
2. À l'aide de Python, calculer $f(-2)$. Qu'obtient-on ? Pourquoi ?
3. Que permet de faire la fonction `JeanKevin` ?
4. En utilisant ce programme, conjecturer les variations de f sur $[-500\,;\,-100]$ et sur $[-\,1\,000\,;\,-10]$.
5. Tracer la courbe représentative de la fonction f sur son intervalle de définition (sur la calculatrice ou un logiciel de géométrie ou directement sur Python) puis donner les variations de f sur son ensemble de définition.