

Probabilités conditionnelles

> Rappels des notions élémentaires de probabilités

Exercice n°1 On lance un dé à 20 faces, non truqué, numéroté de 1 à 20.

1. Quelle est la probabilité de tomber sur la face 6 ? Donner le résultat sous la forme d'une fraction.
2. Quelle est la probabilité de tomber sur le 4 ou sur le 14 ? Donner le résultat sous la forme d'un pourcentage.
3. Quelle est la probabilité de tomber sur un multiple de 5. Donner le résultat sous la forme d'une fraction puis d'un pourcentage.

Exercice n°2 On considère le programme Python ci-dessous qui simule plusieurs lancers d'un dé cubique.

```

1 from random import*
2 def lancer():
3     s=0
4     for k in range(50):
5         r=randint(1,6)
6         if r==4:
7             s=s+1
8     print (s)
```

1. Combien de fois a-t-on simulé le lancer de ce dé ?
2. Quelle est le numéro de la face que l'on souhaite obtenir d'après ce programme ?
3. On lance le programme et il nous retourne 7. Qu'est ce que cela signifie ?
4. On lance à nouveau le programme et on trouve 13. Quelle est la fréquence de 4 associée ?
5. Quelle est la fréquence théorique que nous sommes censés obtenir ?
6. Que doit-on modifier dans le précédent programme pour que la fréquence observée se rapproche davantage de la fréquence théorique ?

Exercice n°3 On a demandé à 150 élèves de seconde combien de SMS ils envoient en moyenne par jour.

Nombre de SMS	0	5	10	30	50	80
Garçons	4	12	20	18	14	2
Filles	8	15	22	25	4	6

On rencontre au hasard un élève parmi ces 150. On considère les évènements suivants :

$F = \text{« l'élève est une fille »}$ $A = \text{« l'élève envoie en moyenne 10 SMS par jour »}$

$B = \text{« l'élève envoie en moyenne 80 SMS par jour »}$

1. Déterminer $p(F)$ et $p(F \cap A)$.
2. Calculer $p(\bar{F} \cap B)$.
3. Calculer $p(A \cup B)$ et $p(F \cup A)$.

> Calculer des probabilités conditionnelles

Exercice n°4

Afin d'implanter un city stade, on a recensé les jeunes de 16 ans à 18 ans qui pratiquent du football ou du basket-ball. Ces jeunes sont aussi classés en fonction de la ville où ils pratiquent ce sport.

	Bellac (C)	Le Dorat (D)	Bessines (N)	Chateauponsac (T)
Football (F)	160	130	122	138
Basket-Ball (B)	68	75	49	58

1. Reproduire ce tableau en ajoutant les effectifs totaux en ligne et en colonne.
2. Un de ces jeunes va être sélectionné au hasard pour gagner une tenue complète du sport de son choix et promouvoir la création de ce city stade.
Quelle est la probabilité que ce soit un jeune de Bellac ?
3. S'il s'agit d'un jeune de Bessines, quelle est la probabilité qu'il fasse du basket-ball ?
4. Déterminer $P(F \cap T)$. À quoi cela correspond-t-il ?
5. Déterminer $P_B(C)$. À quoi cela correspond-t-il ?
6. Déterminer $P_C(B)$. À quoi cela correspond-t-il ?

Exercice n°5

En mai 2013, des jeunes diplômés d'écoles de commerce et d'écoles d'ingénieurs ont répondu à la question : « Préférez-vous commencer à travailler en France ou bien à l'étranger ? ». Voici les réponses données :

	En France	À l'étranger
École de commerce	601	651
École d'ingénieur	811	519

On interroge au hasard un de ces étudiants. On note C l'évènement « l'étudiant est issu d'une école de commerce » et F l'évènement « l'étudiant préfère commencer à travailler en France ».

1. Calculer les probabilités $P(C)$ et $P(F)$.
2. Décrire par une phrase chacun des évènements suivants puis calculer leur probabilités :
 - a. $C \cap F$
 - b. $\bar{C} \cap F$
 - c. $\bar{C} \cap \bar{F}$
3. Détermine $P_C(F)$ et faire une phrase qui interprète ce résultat.
4. Détermine $P_F(\bar{C})$ et faire une phrase qui interprète ce résultat.

Exercice n°6 D'après le site chingmath.fr

On réalise un contrôle qualité dans une entreprise qui fabrique des poupées.

Ces poupées ne peuvent avoir que deux défauts, au maximum. Soit un défaut mécanique soit un défaut électrique. D'après des données internes, il s'avère que :

- 8% des poupées présentent un défaut mécanique ;
- 5% des poupées présentent un défaut électrique ;
- 2% des poupées présentent les deux défauts ;

Chaque jour, cette entreprise fabrique 1 000 poupées.

1. Compléter le tableau croisé ci-dessous.

	Poupée avec défaut mécanique	Poupée sans défaut mécanique	Total
Poupée avec défaut électrique			
Poupée sans défaut électrique			
Total	80		1 000

2. Lors d'un test de contrôle, une poupée est prélevé au hasard parmi celles fabriquées sur la journée. On note les événements suivants :

$E = \text{« la poupée présente un défaut électrique »}$

$M = \text{« la poupée présente un défaut mécanique »}$

Déterminer $P(C \cap M)$ et faire une phrase qui interprète ce résultat.

3. Déterminer $P_C(\bar{M})$ et faire une phrase qui interprète ce résultat.
4. Quelle est la probabilité que la poupée prélevée ait un défaut mécanique sachant qu'elle n'a pas de défaut électrique ?

Exercice n°7

Lors d'une course cyclistes, 200 participants ont été contrôlés pour un test anti-dopage.

Parmi eux, 20 ont eu un résultat « positif » à ce test.

Après des examens supplémentaires, il s'avère que 5 coureurs parmi les 20 testés positif n'avaient pris aucun produit dopant. De plus, 2 coureurs parmi les tests négatifs avaient pris en réalité des produits.

1. Complété le tableau croisé ci-dessous.

	Coureur dopé	Coureur non dopé	Total
Test positif			
Test négatif			
Total			200

2. Un coureur va être sélectionné au hasard. On considère les événements suivants :

$D = \text{« Le coureur choisi s'est dopé »}$

$N = \text{« Le coureur choisi est testé négatif »}$

- (a) Quelle est la probabilité que le coureur soit testé positif ?
- (b) Exprimer par une phrase l'événement $D \cap \bar{N}$ et l'événement $\bar{D} \cap N$.
- (c) Calculer la sensibilité $P_D(\bar{N})$ et la spécificité $P_{\bar{D}}(N)$ du test.
- (d) Calculer $P(D \cap \bar{N}) + P(\bar{D} \cap N)$, appelé efficacité du test.