

Les fractions

1 Rappels : Comparer deux fractions

Propriété : comparer une fraction avec 1

- Dans une fraction, si le numérateur est supérieur au dénominateur alors la fraction est supérieure à 1.
- Dans une fraction, si le numérateur est inférieur au dénominateur alors la fraction est inférieure à 1.
- Dans une fraction, si le numérateur est égal au dénominateur alors la fraction est égale à 1.

Exemple

- $3 < 4$ donc $\frac{3}{4} < 1$
- $9 < 5$ donc $\frac{9}{5} > 1$
- $42 = 42$ donc $\frac{42}{42} = 1$

Propriété : comparer deux fractions ayant le même numérateur ou dénominateur

- Si deux fractions ont le même dénominateur alors la plus grande des deux est celle qui a le plus grand numérateur.
- Si deux fractions ont le même numérateur alors la plus grande des deux est celle qui a le plus petit dénominateur.

Exemple

- On souhaite comparer $\frac{3}{11}$ et $\frac{9}{11}$.
Les deux fractions ont le même dénominateur : 11.
Or $3 < 9$ donc $\frac{3}{11} < \frac{9}{11}$.
- On souhaite comparer $\frac{7}{4}$ et $\frac{7}{5}$.
Les deux fractions ont le même numérateur : 7.
Or $4 < 5$ donc $\frac{7}{4} > \frac{7}{5}$.

Méthode : comment faire pour des fractions qui n'ont rien en commun ?

On souhaite comparer $\frac{2}{3}$ et $\frac{4}{5}$. On va les **réduire au même dénominateur**. Cela signifie qu'on va mettre les fractions sous le même dénominateur.

On va multiplier le numérateur et le dénominateur de chaque fraction par le dénominateur de l'autre.

$$\left. \begin{array}{l} \frac{2}{3} = \frac{2 \times 5}{3 \times 5} = \frac{10}{15} \\ \frac{4}{5} = \frac{4 \times 3}{5 \times 3} = \frac{12}{15} \end{array} \right\} = \frac{10}{15} < \frac{12}{15} \text{ donc } \frac{2}{3} < \frac{4}{5}$$

2 Rappels : Addition et soustraction de fractions

Propriétés

On se donne trois nombres a , b et c avec $b \neq 0$. On a :

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b} \quad \text{et} \quad \frac{a}{b} - \frac{c}{b} = \frac{a-c}{b}$$

Autrement dit, quand deux fractions ont le même dénominateur, on garde ce même dénominateur et on additionne (ou on soustrait) les numérateurs.

Exemple

$$\begin{aligned} & \bullet \quad \frac{2}{5} + \frac{4}{5} \\ & = \frac{2+4}{5} \\ & = \frac{6}{5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \bullet \quad \frac{11}{3} - \frac{7}{3} \\ & = \frac{11-7}{3} \\ & = \frac{4}{3} \end{aligned}$$

Méthode

Pour additionner ou soustraire deux fractions qui n'ont pas le même dénominateur, il faut d'abord les réduire au même dénominateur.

Exemple

$$\begin{aligned} & \bullet \quad \frac{5}{3} + \frac{2}{7} \\ & = \frac{5 \times 7}{3 \times 7} + \frac{2 \times 3}{7 \times 3} \\ & = \frac{35}{21} + \frac{6}{21} \\ & = \frac{35+6}{21} \\ & = \frac{41}{21} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \bullet \quad \frac{7}{4} - \frac{2}{3} \\ & = \frac{7 \times 3}{4 \times 3} - \frac{2 \times 4}{3 \times 4} \\ & = \frac{21}{12} - \frac{8}{12} \\ & = \frac{21-8}{12} \\ & = \frac{13}{12} \end{aligned}$$

3 Multiplication de fractions

Propriété

Soient quatre nombres a , b , c et d avec b et d différents de 0.

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$$

Exemple

$$\begin{aligned} \bullet \quad \frac{2}{3} \times \frac{6}{5} &= \frac{2 \times 6}{3 \times 5} \\ &= \frac{12}{15} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bullet \quad \frac{-6}{7} \times \frac{10}{7} &= \frac{-6 \times 10}{7 \times 7} \\ &= -\frac{60}{49} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bullet \quad \frac{-3}{2} \times \frac{5}{-7} &= \frac{-3 \times 5}{2 \times (-7)} \\ &= \frac{15}{14} \end{aligned}$$

4 Division de fractions**Définition**

On se donne deux nombres entiers différents de 0 a et b . On appelle **inverse** de $\frac{a}{b}$ la fraction $\frac{b}{a}$.

Exemple

$$\bullet \quad \text{L'inverse de } \frac{2}{3} \text{ est } \frac{3}{2}.$$

$$\bullet \quad \text{L'inverse de } 8 \text{ est } \frac{1}{8}.$$

$$\bullet \quad \text{L'inverse de } -\frac{4}{5} \text{ est } -\frac{5}{4}.$$

$$\bullet \quad \text{L'inverse de } -42 \text{ est } -\frac{1}{42}.$$

Propriété

Diviser par une fraction revient à multiplier à multiplier par son inverse.

Autrement dit, si on se donne quatre nombres a , b , c et d avec b , c et d différents de 0 on a :

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$$

Exemple

$$\frac{4}{5} \div \frac{7}{6} = \frac{4}{5} \times \frac{6}{7} = \frac{4 \times 6}{5 \times 7} = \frac{24}{35}$$