

# Variables aléatoires

## > Utiliser une loi de probabilité

**Exercice n°1** On considère une variable aléatoire  $X$  dont on donne la loi de probabilité ci-dessous.

1. Quelle est la probabilité que la variable aléatoire  $X$  prenne la valeur 14 ?
2. Quelle est, en pourcentage, la probabilité que la variable aléatoire  $X$  prenne la valeur 12 ?
3. Déterminer  $P(X > 12)$ .
4. Déterminer  $P(X \leq 12)$ .

$x_i$	10	11	12	13	14
$P(X = x_i)$	0,4	0,1	0,05	0,15	0,3

**Exercice n°2** On lance un dé cubique non truqué.

Si on tombe sur un nombre pair, on perd 3€. Si on obtient le 3 ou le 5, on ne gagne rien et on ne perd rien. Si on obtient le 6, on gagne 2€.

On note  $X$  la variable aléatoire associé au gain de cette expérience aléatoire.

1. Recopier et compléter la loi de probabilité de  $X$  ci-dessous :

Gain $x_i$	-3	0	2
$P(X = x_i)$			

2. À quoi correspond l'évènement  $\{X = 0\}$  ?
3. Déterminer  $P(X = 0)$ .
4. À quoi correspond l'évènement  $\{X \geq 0\}$  ?
5. Déterminer  $P(X \geq 0)$ .

**Exercice n°3**

Dans un restaurant, un menu rapide est proposé aux clients qui choisissent une entrée et un plat parmi deux propositions à chaque fois :

- Entrée : Salade composée (3€) ou Assiette de charcuterie (5€)
- Plat : Steak-frites (7€) ou Cabillaud-riz (9€)

On choisit un client au hasard parmi ceux qui ont pris ce menu rapide dans ce restaurant et on note  $T$  la variable aléatoire correspondant au prix total payé par ce client pour son repas.

1. Quelles sont toutes les valeurs que peut prendre  $T$  ?
2. À l'aide d'un tableau, déterminer la loi de probabilité de  $T$ .
3. Que signifie  $\{T = 10\}$  ? Que vaut  $P(T = 10)$  ?
4. Quelle est la probabilité que le client ait payé 12€ pour son menu rapide ?
5. Déterminer  $P(T \leq 12)$  et interpréter le résultat obtenu.

## &gt; Calculer et interpréter l'espérance d'une variable aléatoire

Exercice n°4

Un magasin décide de distribuer des bons d'achats cachés dans une enveloppe. Un client choisit alors une enveloppe au hasard et gagne un montant de 5€ ou 10€ ou 50€ ou 100€.

On note  $Y$  la variable aléatoire associée au gain du client dont on donne la loi de probabilité ci-dessous.

1. Quelle est, en pourcentage, la probabilité qu'un client gagne 100€?
2. Calculer  $P(Y < 50)$ .
3. Calculer l'espérance  $E(Y)$  et interpréter le résultat.

$y_i$	5	10	50	100
$P(Y = y_i)$	0,4	0,3	0,2	0,1

Exercice n°5

Une urne contient 10 boules rouges, six boules bleues et une boule verte, indiscernables au toucher.

Un jeu consiste à tirer une boule dans l'urne : si la boule tirée est verte, on gagne 10€. Si elle est bleue, on gagne 5€. Si elle est rouge, on ne gagne rien. Pour jouer à ce jeu, on doit payer 5€.

On note  $X$  la variable aléatoire associée au gain algébrique d'un joueur, en euros.

1. Déterminer la loi de probabilité de  $X$ .
2. Calculer  $P(X \geq 0)$  et interpréter le résultat obtenu.
3. (a) Calculer l'espérance de  $X$ .  
(b) Que peut-on prédire à un joueur, si celui-ci décide de jouer un très grand nombre de fois à ce jeu ?

Exercice n°6

Entre le 6 Octobre 2008 et le 21 mai 2014, il y a eu 881 tirages de Loto. On donne ci-dessous le nombre de tirages en fonction du nombre de gagnants au rang 1 sur cette période.

Nombre de gagnants au rang 1	0	1	2	3
Nombre de tirages	689	157	29	6

Source : la Française des jeux

On choisit au hasard un tirage du loto de cette période et on appelle  $X$  la variable aléatoire donnant le nombre de gagnants au rang 1 à ce tirage.

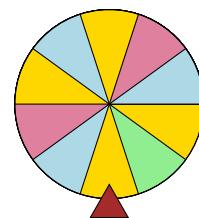
1. Déterminer la loi de probabilité de  $X$ .
2. Calculer l'espérance de  $X$  et interpréter ce résultat.

Exercice n°7

La roue de loterie ci-contre est constituée de dix secteurs de même taille. Si la flèche s'arrête sur un secteur vert, on gagne 50€. Si elle s'arrête sur un secteur rose, il gagne 10€. Si c'est sur un secteur bleu, on gagne 1€.

Sinon, on ne gagne rien. On note  $X$  la variable aléatoire associée au gain d'un joueur qui lance cette roue.

1. Déterminer la loi de probabilité de  $X$ .
2. Calculer l'espérance de  $X$ . Le jeu est-il équitable ?
3. L'organisateur du jeu prévoit de faire payer la participation à 5€. Qu'en pensez-vous ?
4. Quel prix du billet doit-on fixer pour que le jeu soit équitable ?



## &gt; Reconnaître une loi de Bernoulli

Exercice n°8

Jean-Kevin lance un dé cubique non truqué. S'il obtient 5, il gagne. Sinon, il perd. On note  $X$  la variable aléatoire associée à cette épreuve.

1. Montrer que  $X$  suit une loi de Bernoulli. Déterminer le succès et l'échec.
2. Quelle est l'espérance de  $X$ ? Interpréter ce résultat.

Exercice n°9

On dispose d'une urne dans laquelle il y a 200 tickets dont 6 tickets gagnants pour un voyage. On pioche un ticket au hasard dans cette urne.

On note  $X$  la variable aléatoire associée à cette expérience aléatoire.

1. Montrer que  $X$  suit une loi de Bernoulli dont on donnera les paramètres.
2. Déterminer la loi de probabilité de  $X$ .
3. Quelle est la probabilité de tomber sur un ticket gagnant ?

Exercice n°10

Une usine fabrique des vis. Après plusieurs analyses internes, il s'avère que 5% des vis sont défectueuses.

On prélève une vis au hasard parmi celles fabriquées à la fin d'une journée. On note  $X$  la variable aléatoire qui prend la valeur 0 si la vis est défectueuse et qui prend la valeur 1 sinon.

1. Établir la loi de probabilité de  $X$ .
2. Quelle est la loi suivie par  $X$ ? Donner son paramètre.

Exercice n°11 On considère le programme Python suivant :

```

1 from random import*
2 def jeu():
3     if random()<0.2:
4         return(1)
5     else:
6         return(0)
```

1. Que permet de réaliser ce programme ?
2. On note  $X$  la variable aléatoire associée à la valeur de sortie du programme. Quelle est la loi suivie par  $X$  ?
3. Quelle est la probabilité que le programme retourne 0? Donner la réponse sous forme décimale puis sous forme fractionnaire et enfin sous forme d'un pourcentage.

Exercice n°12 On considère le programme Python suivant :

1. Que permet de réaliser ce programme ?
2. On note  $X$  la variable aléatoire associée à la valeur de sortie du programme. Quelle est la loi suivie par  $X$  ?
3. Quelle est la probabilité que le programme retourne 0? Donner la réponse sous forme décimale puis sous forme fractionnaire et enfin sous forme d'un pourcentage.

```

1 from random import*
2 def jeu():
3     m=randint(1,6)
4     if m==5:
5         return(1)
6     else:
7         return(0)
```