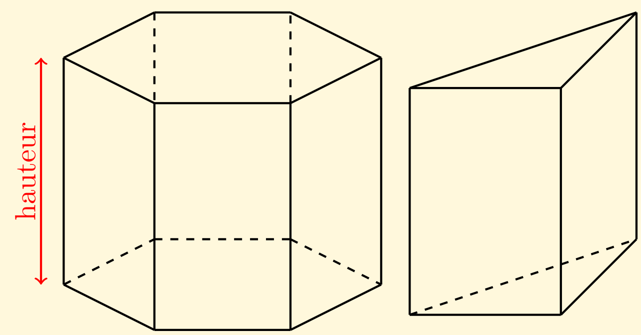
Les solides et leur volume

1 Le prisme droit

Définition

Un **prisme droit** est un polyèdre dont les bases sont des polygones superposables et dont les faces latérales sont des rectangles.
Les arêtes perpendiculaires à la base sont appelées **hauteur** du prisme droit.

Ci-contre, un prisme droit à base hexagonale et un prisme droit à base triangulaire.



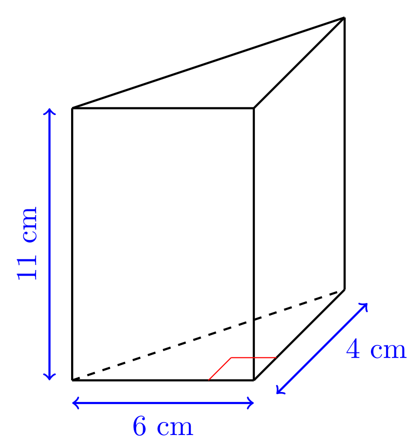
Propriété

Pour calculer le volume d'un prisme droit, il faut multiplier l'aire de sa base par la hauteur du prisme :

$$\mathcal{V} = \text{aire de la base} \times \text{hauteur}$$

Exemple

Pour calculer le volume de ce prisme droit, on doit d'abord calculer l'aire de sa base.
L'aire d'un triangle est $\mathcal{A} = \dfrac{\text{base} \times \text{hauteur}}{2}$.
Ici, on prend comme base du triangle 6 cm et comme hauteur correspondante 4 cm (ou inversement).
$\mathcal{A} = \dfrac{\text{base} \times \text{hauteur}}{2} = \dfrac{6 \times 4}{2} = 12$.
On peut maintenant calculer le volume de ce prisme :
$\mathcal{V} = \text{aire de la base} \times \text{hauteur} = 12 \times 11 = 132$.
Le volume de ce prisme droit est de 132 cm^3.

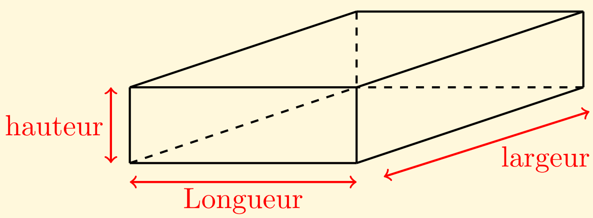


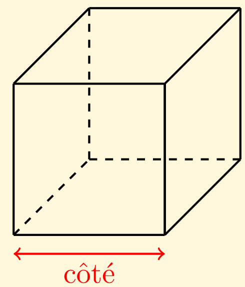
2 Le pavé droit (ou parallélépipède rectangle)

Définitions

Un **pavé** droit est un polyèdre possédant 6 faces rectangulaires.
Quand toutes les faces de ce pavé droit sont des carrés, on obtient alors un **cube**.

Les différentes dimensions d'un pavé droit sont appelées **longueur**, **largeur** et **hauteur**.
Pour un cube, on parlera de **côté**.





Propriété

Pour calculer le volume d'un pavé droit, il faut multiplier sa longueur par sa largeur et par sa hauteur :

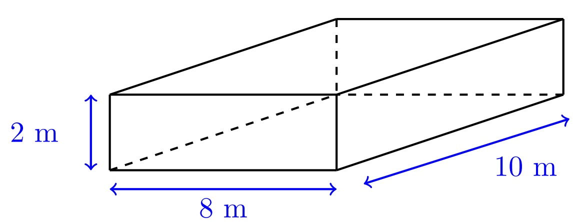
$$\mathcal{V} = \text{Longueur} \times \text{hauteur} \times \text{largeur}$$

Remarque

Pour calculer le volume d'un cube, il faut multiplier la valeur de son côté par lui-même et encore par lui-même : $\mathcal{V} = \text{côté} \times \text{côté} \times \text{côté}$.
Attention ! Il ne faut pas faire $3 \times \text{côté}$!

Exemple

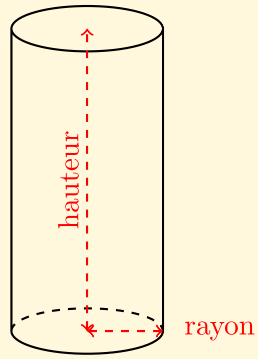
On souhaite calculer le volume du pavé droit ci-contre.
$\mathcal{V} = \text{Longueur} \times \text{hauteur} \times \text{largeur} = 8 \times 10 \times 2 = 160$
Le volume de ce pavé droit est de 160 m^3.



3 Le cylindre de révolution

Définition

Un **cylindre de révolution** est un solide dont les deux bases sont des disques de même rayon. C'est un solide qui s'obtient en faisant effectuer un tour complet à un rectangle autour de l'un de ses côtés.
La **hauteur** d'un cylindre est le segment joignant les deux centres des deux bases.



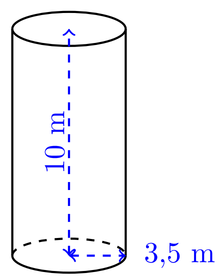
Propriété

Pour calculer le volume d'un cylindre, il faut multiplier l'aire de sa base par sa hauteur. L'aire d'un disque de rayon r est $\pi \times r^2$ donc le volume d'un cylindre est donnée par la formule :

$$\mathcal{V} = \pi \times \text{rayon}^2 \times \text{hauteur}$$

Exemple

On souhaite calculer le volume du cylindre ci-contre.
$\mathcal{V} = \pi \times \text{rayon}^2 \times \text{hauteur}$
$= \pi \times 3,5^2 \times 10$
≈ 385
Le volume de ce cylindre vaut environ 385 m^3.

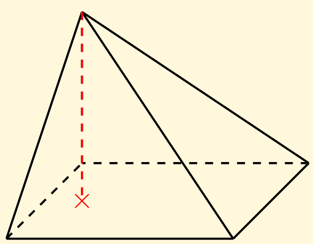


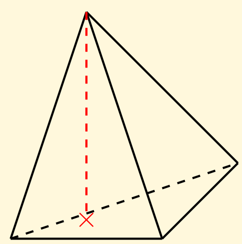
4 Les pyramides

Définitions

Une **pyramide** est un polyèdre dont la base est un polygone est dont les faces latérales sont des triangles.
La **hauteur** de la pyramide est le segment joignant le sommet de celle-ci et qui est perpendiculaire à la base.

Ci-contre, une pyramide à base rectangulaire et une pyramide à base triangulaire.





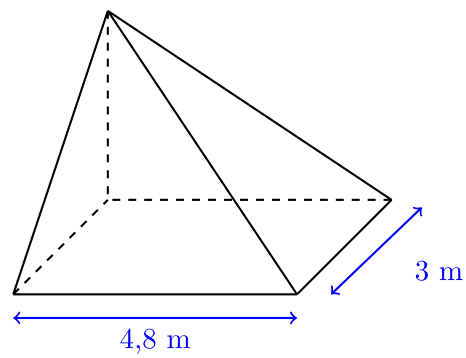
Propriétés

Pour calculer le volume d'une pyramide, il faut multiplier l'aire de sa base par sa hauteur et diviser le tout par 3 :

$$\mathcal{V} = \frac{\text{aire de la base} \times \text{hauteur}}{3}$$

Exemple

On souhaite calculer le volume de cette pyramide à base rectangulaire de hauteur 5 m.
L'aire d'un rectangle est
$\mathcal{A} = \text{Longueur} \times \text{largeur} = 4,8 \times 3 = 14,4$
On peut maintenant appliquer la formule du volume :
$\mathcal{V} = \dfrac{\text{aire de la base} \times \text{hauteur}}{3} = \dfrac{14,4 \times 5}{3} = 24$
Le volume de cette pyramide est de 24 m^3.

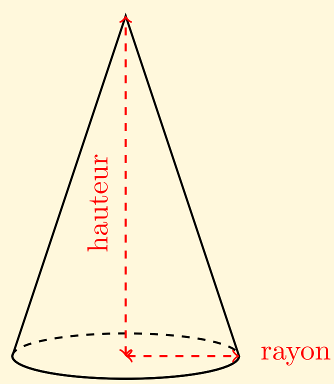


5 Le cône de révolution

Définition

Le **cône de révolution** est un solide obtenu en faisant tourner un triangle rectangle autour d'un des côtés de l'angle droit.

La **hauteur** du cône est le segment joignant le centre de sa base avec le sommet du cône.



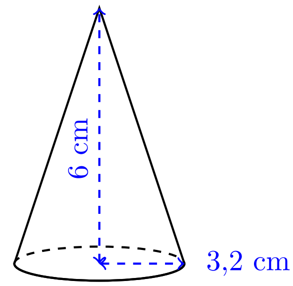
Propriété

Pour calculer le volume d'un cône de révolution, il faut multiplier l'aire de sa base par sa hauteur et diviser le tout par 3 :

$$\mathcal{V} = \frac{\pi \times \text{rayon}^2 \times \text{hauteur}}{3}$$

Exemple

On souhaite calculer le volume du cône ci-contre.
$\mathcal{V} = \dfrac{\pi \times \text{rayon}^2 \times \text{hauteur}}{3} = \dfrac{\pi \times 3,2^2 \times 6}{3} \approx 64$
Le volume de ce cône est d'environ 64 cm^3.

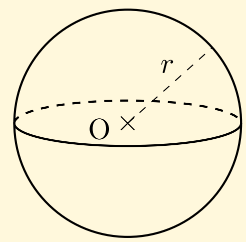


6 La boule

Définition

On appelle **boule** de centre O et de rayon r l'ensemble des points M tels que OM $\leqslant r$.

Autrement dit, se sont l'ensembles des points M tels que la distance entre le centre de la boule et M soit inférieure ou égale au rayon de la boule.



Propriété

Pour calculer le volume d'une boule de rayon r, il faut utiliser la formule suivante :

$$\mathcal{V} = \frac{4 \times \pi \times r^3}{3}$$

Exemple

On souhaite calculer le volume d'une boule de bowling de diamètre 21,7 cm.
Le rayon vaut la moitié du diamètre soit 10,85 cm.

On applique ensuite la formule : $\mathcal{V} = \dfrac{4 \times \pi \times r^3}{3} = \dfrac{4 \times \pi \times 10,85^3}{3} \approx 5\ 350.$

Le volume de la boule est d'environ 5 350 cm^3.